

ANDALUCÍA · PAU 2010 · EXTRAORDINARIA · RESERVA B

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Dada la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida como $f(x) = a \sin(x) + bx^2 + cx + d$, determina los valores de las constantes a, b, c y d sabiendo que la gráfica de f tiene tangente horizontal en el punto $(0, 4)$ y que la segunda derivada de f es $f''(x) = 3 \sin(x) - 10$.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ 1 - x^2 & \text{si } 0 < x < 1 \\ \frac{2}{x+1} & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$$

Estudia su continuidad y derivabilidad. Determina la función derivada de f .

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea la función f dada por $f(x) = \frac{1}{x^2+x}$ para $x \neq -1$ y $x \neq 0$. Determina la primitiva F de f tal que $F(1) = 1$.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sean $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = x^2 - 2x + 3$ y $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1$.

a) 1 punto

Esboza las gráficas de f y g , y halla su punto de corte.

b) 1,5 puntos

Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de ambas funciones y el eje de ordenadas.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} \lambda x + 2y + 6z = 0 \\ 2x + \lambda y + 4z = 2 \\ 2x + \lambda y + 6z = \lambda - 2 \end{cases}$$

a) 1,75 puntos

Discútelo según los valores del parámetro λ .

b) 0,75 puntos

Resuélvelo para $\lambda = 2$.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

De la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ se sabe que $\det(A) = 4$. Se pide:

a) 1,25 puntos

Halla $\det(-3A^t)$ y $\det \begin{pmatrix} 2b & 2a \\ -3d & -3c \end{pmatrix}$. Indica las propiedades que utilizas (A^t es la matriz traspuesta de A).

b) 0,75 puntos

Calcula $\det(A^{-1}A^t)$.

c) 0,5 puntos

Si B es una matriz cuadrada tal que $B^3 = I$, siendo I la matriz identidad, halla $\det(B)$.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Halla el punto simétrico de $P(1, 1, 1)$ respecto de la recta r de ecuación

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$$

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sean los puntos $A(2, \lambda, \lambda)$, $B(-\lambda, 2, 0)$ y $C(0, \lambda, \lambda - 1)$.

a) 1 punto

¿Existe algún valor de $\lambda \in \mathbb{R}$ para el que los puntos A, B y C estén alineados? Justifica la respuesta.

b) 1,5 puntos

Para $\lambda = 1$ halla la ecuación del plano que contiene al triángulo de vértices A, B y C . Calcula la distancia del origen de coordenadas a dicho plano.