

ANDALUCÍA · PAU 2019 · ORDINARIA · RESERVA A

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados. d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Según un determinado modelo, la concentración en sangre de cierto medicamento viene dada por la función $C(t) = te^{-t/2}$ mg/ml, siendo t el tiempo en horas transcurridas desde que se le administra el medicamento al enfermo.

a) 2 puntos

Determina, si existe, el valor máximo absoluto de la función y en qué momento se alcanza.

b) 0,5 puntos

Sabiendo que la máxima concentración sin peligro para el paciente es 1 mg/ml, señala si en algún momento del tratamiento hay riesgo para el paciente.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Dada $f : (1, e) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \frac{1}{x} + \ln(x)$ ($\ln$ denota la función logaritmo neperiano), determina la recta tangente a la gráfica de f que tiene pendiente máxima.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Dado un número real $a > 0$, considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x) = x^2 - ax$, y la recta $y = 2ax$. Determina a sabiendo que el área del recinto limitado por la gráfica de f y la recta anterior es 36.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea $f : [0, \frac{\pi}{6}] \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua y sea F la primitiva de f que cumple $F(0) = \frac{\pi}{3}$ y $F(\frac{\pi}{6}) = \pi$. Calcula:

a) 1 punto

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} (3f(x) - \cos(x)) dx$$

b) 1,5 puntos

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin(F(x)) f(x) dx$$

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ halla la matriz X que cumple $AX = (A^{-1}A^t + I)^2$, siendo A^t la matriz traspuesta de A e I la matriz identidad de orden 3.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + \lambda y + z = 4 \\ -\lambda x + y + z = 1 \\ x + y + z = \lambda + 3 \end{cases}$$

a) 1,5 puntos

Discute el sistema según los valores de λ .

b) 1 punto

Resuelve el sistema, si es posible, para $\lambda = 1$.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera la recta $r \equiv \begin{cases} x + y + 2 = 0 \\ -y + z + 5 = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv 2x + y - mz = 1$

a) 1,25 puntos

Calcula m sabiendo que r y π son paralelos.

b) 1,25 puntos

Para $m = -1$, calcula la distancia entre r y π .

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Halla cada uno de los puntos de la recta $r \equiv \begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$ de manera que junto con los puntos $A(1, 1, 0)$, $B(1, 0, 1)$ y $C(0, 1, 1)$ formen un tetraedro de volumen $\frac{5}{6}$.