

EJERCICIO A

PROBLEMA 1. Para cada terna de números reales (x,y,z) , se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} x & y & z \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & 5 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & x & 1 \\ 1 & y & -1 \\ 2 & z & -1 \end{pmatrix}$$

- Calcular los determinantes de las matrices A y B . (1 punto)
- Para $x=y=z=1$, calcular el determinante de la matriz producto $A \cdot B$. (0,3 puntos).
- Obtener, razonadamente, para que valores de x, y, z , ninguna de las matrices A y B tiene inversa. (2 puntos).

Solución:

i)

$$|A| = \begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & 5 & 5 \end{vmatrix} = 5x + 5z - 3y - 3z - 5y + 5x = 10x - 8y + 2z$$

$$|B| = \begin{vmatrix} 2 & x & 1 \\ 1 & y & -1 \\ 2 & z & -1 \end{vmatrix} = -2x + z - 2x - 2y + 2z + x = -x - 4y + 3z$$

ii) Para $x = y = z = 1$

El determinante de la matriz producto es el producto de los determinantes, luego

$$\det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B) = (10 \cdot 1 - 8 \cdot 1 + 2 \cdot 1)(-1 - 4 \cdot 1 + 3 \cdot 1) = 4(-2) = -8$$

iii) Para que A y B no tengan inversa sus determinantes deben ser nulos. Debemos resolver el sistema

$$\begin{cases} 10x - 8y + 2z = 0 \\ -x - 4y + 3z = 0 \end{cases}$$

Como es un sistema homogéneo, será compatible. Veamos el rango de la matriz de coeficientes,

$$\begin{vmatrix} 10 & -8 \\ -1 & -4 \end{vmatrix} = -40 - 8 = -48 \neq 0 \rightarrow \text{ran}(M) = 2 < n^\circ \text{ incógnitas} \rightarrow \text{S. C. Inde.}$$

Resolvemos el sistema usando x e y como incógnitas principales,

$$\begin{cases} 10x - 8y = -2z \\ -x - 4y = -3z \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} :2 \\ x(-1) \end{matrix}} \begin{cases} 5x - 4y = -z \\ x + 4y = 3z \end{cases}$$

Sumando ambas ecuaciones: $6x = 2z$; $x = z/3$

Sustituyendo en la 2ª ecuación,

$$\frac{z}{3} + 4y = 3z \rightarrow 4y = 3z - \frac{z}{3} \rightarrow 4y = \frac{8z}{3} \rightarrow y = \frac{2z}{3}$$

Solución: los valores de x, y, z para los que ninguna de las matrices A y B tiene inversa son:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{3}\lambda \\ y = \frac{2}{3}\lambda \\ z = \lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

EJERCICIO A

PROBLEMA 2. Dados los puntos $A=(1,-2,3)$ y $B=(0,2,1)$, se pide:

- a) La ecuación paramétrica de la recta que pasa por ambos puntos. (1,1 puntos)
 b) La ecuación del plano π que está a igual distancia de A y de B. (1,1 puntos)
 c) La distancia al origen de la recta intersección del plano $2y-z=0$ con el plano π del apartado b). (1,1 puntos)

Solución:

- a) Ecuación paramétrica de la recta que pasa por A y B.

$$\text{De la recta } r \text{ sabemos } \begin{cases} \text{punto } A(1,-2,3) \\ \text{vector director } \overrightarrow{AB} = (-1,4,2) \end{cases}$$

Por lo tanto la ecuación paramétrica de la recta r es:

$$r: \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = -2 + 4\lambda \\ z = 3 + 2\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

- b) El plano que está a igual distancia de los puntos A y B pasará por el punto medio del segmento AB y será perpendicular al vector $\overrightarrow{AB}$

$$M \text{ punto medio de } \overline{AB} = \left(\frac{1+0}{2}, \frac{-2+2}{2}, \frac{3+1}{2} \right) = \left(\frac{1}{2}, 0, 2 \right)$$

$\overrightarrow{AB}(-1,4,2)$, este es un vector ortogonal al plano.

La ecuación del plano buscado será $-x + 4y - 2z + D = 0$ con la condición de que pase por el punto M, luego

$$\frac{-1}{2} + 4 \cdot 0 - 2 \cdot 2 + D = 0 \rightarrow \frac{-1}{2} - 4 + D = 0 \rightarrow D = \frac{1}{2} + 4 = \frac{9}{2}$$

$$\text{La ecuación del plano será } -x + 4y - 2z + \frac{9}{2} = 0 \quad -2x + 8y - 4z + 9 = 0$$

- c)

La ecuación de la recta s , intersección de los dos planos, será $s: \begin{cases} -2x + 8y - 4z + 9 = 0 \\ 2y - z = 0 \end{cases}$

La distancia del origen (O) a la recta s la calculamos mediante la expresión,

$$d(O, s) = \frac{\left| \overrightarrow{P_s O} \times \overrightarrow{v_s} \right|}{\left| \overrightarrow{v_s} \right|} \quad \left| \begin{array}{l} \text{Necesitamos encontrar un punto y un vector director de la recta } s. \\ \text{Obtenemos las ecuaciones paramétricas de } s. \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} -2x + 8y - 4z + 9 = 0 \\ 2y - z = 0 \end{cases} \quad \text{como } \begin{vmatrix} -2 & 8 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = -4 \neq 0 \quad x, y \text{ incógnitas principales.}$$

$$\begin{cases} -2x + 8y = -9 + 4z \\ 2y = z \end{cases} \rightarrow y = \frac{z}{2}$$

sustituyendo en la 1ª ecuación

$$-2x + 8\frac{z}{2} = -9 + 4z \rightarrow -2x + 4z = -9 + 4z \rightarrow -2x = -9 \rightarrow x = \frac{9}{2}$$

$$\text{luego } s: \begin{cases} x = \frac{9}{2} \\ y = \frac{1}{2}\lambda \\ z = \lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R} \rightarrow \begin{matrix} P_s\left(\frac{9}{2}, 0, 0\right) \\ \vec{v}_s\left(0, \frac{1}{2}, 1\right) \end{matrix}$$

$$\vec{P_s O} = (0, 0, 0) - \left(\frac{9}{2}, 0, 0\right) = \left(-\frac{9}{2}, 0, 0\right)$$

$$\vec{P_s O} \times \vec{v_s} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -\frac{9}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} -\frac{9}{2} & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} -\frac{9}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{vmatrix} = \left(0, \frac{9}{2}, -\frac{9}{4}\right)$$

$$\left| \vec{P_s O} \times \vec{v_s} \right| = \sqrt{0^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 + \left(-\frac{9}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{81}{4} + \frac{81}{16}} = \sqrt{\frac{324 + 81}{16}} = \sqrt{\frac{405}{16}} = \frac{\sqrt{405}}{4}$$

$$\left| \vec{v_s} \right| = \sqrt{0^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + 1} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$d(O, s) = \frac{\frac{\sqrt{405}}{4}}{\frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{2\sqrt{405}}{4\sqrt{5}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{405}{5}} = \frac{1}{2} \sqrt{81} = \frac{9}{2} \text{ u.l.}$$

EJERCICIO A

PROBLEMA 3. Las horas de estudio y las calificaciones en Matemáticas de siete alumnos han sido:

	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º
Horas de estudio	17	17,5	13	17	17,5	15	4
Matemáticas	8	9	6	7	8	6	2

- a) Halla el coeficiente de correlación entre las calificaciones en Matemáticas y las horas de estudio de esos alumnos.
(0,5 puntos)
- b) Explica el significado del coeficiente de correlación. (1 punto)
- c) Explica razonadamente como se estima la calificación en Matemáticas que obtendría un alumno al estudiar 20 horas.
(1,8 puntos)

Solución:

- a) Para hallar el coeficiente de correlación entre las calificaciones en Matemáticas y las horas de estudio debemos realizar los siguientes cálculos:
usamos las variables x = horas de estudio e y = calificación en Matemáticas,

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i \cdot y_i$
17	8	289	64	136
17,5	9	306,25	81	157,5
13	6	169	36	78
17	7	289	49	119
17,5	8	306,25	64	140
15	6	225	36	90
4	2	16	4	8
101	46	1.601	334	728,5

$$\bar{x} = \frac{101}{7} = 14,428571 \quad \sigma_x = \sqrt{\frac{1601}{7} - \bar{x}^2} = 4,523183$$

$$\bar{y} = \frac{46}{7} = 6,571429 \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{334}{7} - \bar{y}^2} = 2,18523$$

$$\sigma_{xy} = \frac{728,5}{7} - \bar{x}\bar{y} = 9,255102$$

$$\rho = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = 0,961299$$

- b) Como el coeficiente de correlación es 0,96, cercano a 1, la relación entre las variables es positiva y muy fuerte, es decir, a más horas de estudio mayor será la calificación en Matemáticas.
- c) Como la relación entre las variables es muy fuerte y el número de horas de estudio (20 h) está cerca de los valores analizados, podemos estimar la calificación de Matemáticas a partir de la recta de regresión de la calificación de Matemáticas (y) sobre el nº de horas de estudio (x).
La expresión de esta recta de regresión es,

$$y - \bar{y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} (x - \bar{x})$$

$$y - 6'571429 = \frac{9'255102}{(4'523183)^2} (x - 14'428571)$$

para $x = 20$

$$y - 6'571429 = \frac{9'255102}{(4'523183)^2} (20 - 14'428571)$$

$$y = 9'092 \approx 91$$

Un alumno que estudie 20 h estimamos que obtendrá una calificación en Matemáticas de 91.

Tu Profe al Rescate

EJERCICIO A

PROBLEMA 4. Hallar el valor positivo de a para que $\int_0^{a-1} (x+1) dx = \frac{9}{2}$ (2 puntos).

Obtener, razonadamente, la integral que da el área de la superficie comprendida entre el eje OX, la curva $y=x+1$ y las rectas $x=0$ y $x=2$. (1,3 puntos)

Solución:

a)

$$\int_0^{a-1} (x+1) dx = \frac{9}{2}$$

$$\left[\frac{(x+1)^2}{2} \right]_0^{a-1} = \frac{9}{2}$$

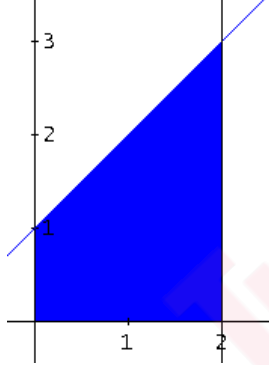
$$\frac{(a-1+1)^2}{2} - \frac{(0+1)^2}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{a^2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

$$a^2 - 1 = 9 \rightarrow a^2 = 10 \rightarrow a = \pm\sqrt{10}$$

Como a debe ser positivo $a = \sqrt{10}$

b) La representación gráfica de la superficie cuya área debemos calcular es la siguiente



El área la obtenemos a partir de la siguiente integral definida

$$A = \int_0^2 (x+1) dx = \left[\frac{(x+1)^2}{2} \right]_0^2 = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ u. a.}$$

EJERCICIO B

PROBLEMA 1. Para cada número real λ , $M(\lambda)$ es la matriz $M(\lambda) = \begin{pmatrix} 4 & 3 & \lambda \\ 2 & 1 & 2 \\ \lambda & \lambda & -1 \end{pmatrix}$ Se pide:

- Obtener el determinante de la matriz $M(\lambda)$, y justificar que para cualquier número real λ existe la matriz $M(\lambda)^{-1}$ inversa de $M(\lambda)$. (1,3 puntos).
- Calcular la matriz $M(0)^{-1}$ (1 punto)
- Si $A=M(8)$, $B=M(4)$ y $C=M(3)$, calcúlese, razonadamente el determinante de la matriz producto $A B^{-1} C^{-1}$. (1 punto)

Solución:

i)

$$|M(\lambda)| = \begin{vmatrix} 4 & 3 & \lambda \\ 2 & 1 & 2 \\ \lambda & \lambda & -1 \end{vmatrix} = -4 + 2\lambda^2 + 6\lambda - \lambda^2 - 8\lambda + 6 = \lambda^2 - 2\lambda + 2$$

Veamos para que valores de λ $|M(\lambda)| = 0$

$$\lambda^2 - 2\lambda + 2 = 0 \rightarrow \lambda = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{-4}}{2} \quad \text{no tiene soluciones reales}$$

Es decir que para cualquier valor de $\lambda \in \mathbb{R}$ $|M(\lambda)| \neq 0$ por lo que $\forall \lambda \in \mathbb{R} \exists M(\lambda)^{-1}$

ii)

$$M(0) = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad |M(0)| = 0^2 - 2 \cdot 0 + 2 = 2$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\alpha_{ij}} \left(\begin{array}{c|c|c} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \\ \hline \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \\ \hline \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \end{array} \right) = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ -3 & -4 & 0 \\ 6 & 8 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{A_{ij}} \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & -4 & 0 \\ 6 & -8 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{A_{ji}} \begin{pmatrix} -1 & 3 & 6 \\ 2 & -4 & -8 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow M(0)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 3 & 6 \\ 2 & -4 & -8 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & 3 \\ 1 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

iii)

Aplicando que $|A \cdot B| = |A| |B|$ y que $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$

$$|A \cdot B^{-1} \cdot C^{-1}| = |A| |B^{-1}| |C^{-1}| = |A| \frac{1}{|B|} \frac{1}{|C|} = |M(8)| \frac{1}{|M(4)|} \frac{1}{|M(3)|} =$$

$$(8^2 - 2 \cdot 8 + 2) \frac{1}{4^2 - 2 \cdot 4 + 2} \frac{1}{3^2 - 2 \cdot 3 + 2} = 50 \frac{1}{10} \frac{1}{5} = 1$$

EJERCICIO B

PROBLEMA 2. a) Hallar la distancia del punto $P=(3,-1,4)$ a la recta r intersección de los planos: (1,8 puntos)

$$\pi_1: 2x + y - z + 5 = 0$$

$$\pi_2: 4x + 4y - z + 9 = 0$$

b) Hallar la ecuación del plano que pasa por la recta r y el punto P . (1,5 puntos)

Solución:

a) Como al sustituir las coordenadas del punto P en el primer plano, $2 \cdot 3 - 1 - 4 + 5 = 6$, el punto P no pertenece a la recta r . Calculamos la distancia entre P y r mediante la expresión.

$$d(P, r) = \frac{\left| \vec{P_r P} \times \vec{v_r} \right|}{\left| \vec{v_r} \right|} \quad \text{Para utilizar esta expresión debemos conocer un punto de la recta } r \text{ y su vector director.}$$

Obtengamos las ecuaciones paramétricas de r . Resolvemos el sistema formado por los dos planos

$$\begin{cases} 2x + y - z + 5 = 0 \\ 4x + 4y - z + 9 = 0 \end{cases} \quad \text{como} \quad \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 4 \end{vmatrix} = 8 - 4 = 4 \neq 0$$

podemos tomar x e y como incógnitas principales, el sistema a resolver sería

$$\begin{cases} 2x + y = -5 + z \\ 4x + 4y = -9 + z \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -5+z & 1 \\ -9+z & 4 \end{vmatrix}}{4} = \frac{-20+4z+9-z}{4} = \frac{-11}{4} + \frac{3}{4}z$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -5+z \\ 4 & -9+z \end{vmatrix}}{4} = \frac{-18+2z+20-4z}{4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}z$$

Las ecuaciones paramétricas de r serán $r: \begin{cases} x = \frac{-11}{4} + \frac{3}{4}\lambda \\ y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\lambda \\ z = \lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$

para $\lambda = 5$ $\begin{cases} x = \frac{-11}{4} + \frac{3}{4}5 = \frac{-11+15}{4} = 1 \\ y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}5 = \frac{1-5}{2} = -2 \\ z = 5 \end{cases}$ luego $P_r(1, -2, 5)$ y $\vec{v_r}\left(\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}, 1\right) = (3, -2, 4)$

$$\vec{P_r P} = (3-1, -1+2, 4-5) = (2, 1, -1)$$

$$\vec{P_r P} \times \vec{v_r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = (2, -11, -7)$$

$$\left| \vec{P_r P} \times \vec{v_r} \right| = \sqrt{2^2 + (-11)^2 + (-7)^2} = \sqrt{4 + 121 + 49} = \sqrt{174}$$

$$\left| \vec{v_r} \right| = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 4 + 16} = \sqrt{29}$$

$$d(P, r) = \frac{\sqrt{174}}{\sqrt{29}} = \sqrt{\frac{174}{29}} = \sqrt{6} \text{ u. l.}$$

b) Al plano que pasa por la recta r y el punto P lo llamamos δ
De este plano conocemos un punto y dos vectores directores que son,

Punto $P(3, -1, 4)$

vector $\vec{u} \equiv \vec{v}_r(3, -2, 4)$

vector $\vec{w} \equiv \vec{P P_r}(2, 2, -1)$

La ecuación implícita del plano será
$$\begin{vmatrix} x-3 & 3 & 2 \\ y+1 & -2 & 1 \\ z-4 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

Desarrollando por la primera columna,

$$(x-3) \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} - (y+1) \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} + (z-4) \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x-3)(2-4) - (y+1)(-3-8) + (z-4)(3+4) = 0$$

$$-2x+6+11y+11+7z-28=0$$

$$-2x+11y+7z-11=0$$

El plano que pasa por la recta r y el punto P es $\delta: -2x+11y+7z-11=0$

Tu Profeta al Rescate

EJERCICIO B

PROBLEMA 3. Considerar las funciones definidas para $x \geq 0$, $f(x) = \arcsen \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ y $g(x) = \arccos \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$.

Calcular $f'(x)$ y $g'(x)$ y expresarlas del modo más simplificado posible. (2 puntos)

Comparar los resultados y deducir justificadamente la diferencia entre $f(x)$ y $g(x)$. (1,3 puntos)

Solución:

a)

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)^2}} \cdot \frac{\sqrt{1+x^2} - x \frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}}}{\left(\sqrt{1+x^2}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{1+x^2}}} \cdot \frac{1+x^2 - x^2}{1+x^2} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{1+x^2 - x^2}{1+x^2}}} \cdot \frac{1}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \cdot \frac{1}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}} = \frac{1}{1+x^2}$$

$$g'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}\right)^2}} \cdot \frac{-\frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}}}{\left(\sqrt{1+x^2}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{1+x^2}}} \cdot \frac{\frac{-x}{\sqrt{1+x^2}}}{1+x^2} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{1+x^2 - 1}{1+x^2}}} \cdot \frac{x}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{x^2}{1+x^2}}} \cdot \frac{x}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt{1+x^2}}} \cdot \frac{x}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}} \stackrel{(a)}{=} \frac{1}{1+x^2}$$

$$(a) \text{ como } x \geq 0 \rightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2}} = 1$$

Lo obtenido indica que $f'(x) = g'(x)$.

Como $f(x)$ y $g(x)$ tienen la misma derivada ambas funciones se diferencian en una constante, es decir, $f(x) - g(x) = K$

EJERCICIO B

PROBLEMA 4. El 20% de los habitantes de una gran ciudad votan al partido político B. Se seleccionan al azar tres habitantes y se pide calcular razonadamente:

- a) La probabilidad de que los tres voten al partido B. (1 punto)
- b) La probabilidad de que ninguno vote al partido B. (1 punto)
- c) La probabilidad de que solamente uno vote al partido B. (1,3 puntos)

Nota: El número de habitantes es tan grande que siempre se puede considerar que después de seleccionar uno dos o tres ciudadanos se tiene que un 20% de los no seleccionados son los que votan al partido B.

Solución

Consideramos la variable aleatoria $X = n^\circ$ de habitantes, de un grupo de 3, que votan al partido B.

Según indica la nota del problema X es una variable aleatoria binomial de parámetros $n = 3$ y $p = 0.2$.

- a) El suceso $A =$ Los tres votan al partido B $= (X = 3)$

$$P(A) = P(X = 3) = \binom{3}{3} 0.2^3 0.8^0 = 0.008$$

- b) El suceso $B =$ ninguno vota al partido B $= (X = 0)$

$$P(A) = P(X = 0) = \binom{3}{0} 0.2^0 0.8^3 = 0.512$$

- c) El suceso $C =$ solamente uno vota al partido B $= (X = 1)$

$$P(A) = P(X = 1) = \binom{3}{1} 0.2^1 0.8^2 = 0.384$$