

Problema 1. A. Consideramos las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = (1 \ 1 \ 0), \quad C = (1 \ 2) \quad \text{y} \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Sabiendo que, si K es una matriz, K^t representa su matriz traspuesta, se pide:

- Calcular $M = A B^t C - D$. (0,75 puntos)
- Justificar si M es invertible y, si lo es, hallar su inversa. (0,75 puntos)
- Hallar M^2 y M^8 . (0,5 puntos)
- Justificar si son invertibles las matrices $C C^t$ y $C^t C$. (0,5 puntos)
- Hallar la matriz X que satisface la ecuación $A^t + X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}^t = (C^t B)^t$. (1 punto)

Solución:

a) Calcular $M = A B^t C - D$.

$$A B^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 2 \cdot 0 \\ -1 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 1 \cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$A B^t C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} (1 \ 2) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A B^t C - D = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Solución: $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$

b) Justificar si M es invertible y, si lo es, hallar su inversa.

$$\text{Como } |M| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -1 - 2 = -3 \neq 0 \rightarrow \exists M^{-1}$$

Cálculo de M^{-1} ,

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{menores}} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{adjuntos}} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{traspuesta}} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow M^{-1} = \frac{1}{|M|} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{-3} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 & 2/3 \\ 1/3 & -1/3 \end{pmatrix}$$

Solución: M es invertible y $M^{-1} = \begin{pmatrix} 1/3 & 2/3 \\ 1/3 & -1/3 \end{pmatrix}.$

c) Hallar M^2 y M^8 .

$$M^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 & 1 \cdot 2 - 2 \cdot (-1) \\ 1 \cdot 1 + (-1) \cdot 1 & 1 \cdot 2 + (-1) \cdot (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$M^4 = M^2 M^2 = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$$

$$M^8 = M^4 M^4 = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 81 & 0 \\ 0 & 81 \end{pmatrix}$$

Solución: $M^2 = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ y $M^8 = \begin{pmatrix} 81 & 0 \\ 0 & 81 \end{pmatrix}$.

d) Justificar si son invertibles las matrices $C C^t$ y $C^t C$.

$C C^t$, C es 1×2 y C^t es $2 \times 1 \rightarrow C C^t$ es 1×1

$$C C^t = (1 \ 2) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = (1 \cdot 1 + 2 \cdot 2) = (5)$$

$$|C C^t| = |5| = 5 \neq 0 \rightarrow C C^t \text{ es invertible.}$$

$C^t C$, C^t es 2×1 y C es $1 \times 2 \rightarrow C^t C$ es 2×2

$$C^t C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} (1 \ 2) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$|C^t C| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 4 - 4 = 0 \rightarrow C^t C \text{ no es invertible.}$$

Solución: $C C^t$ es invertible y $C^t C$ no es invertible.

e) Hallar la matriz X que satisface la ecuación $A^t + X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}^t = (C^t B)^t$.

Efectuado operaciones:

$$A^t + X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}^t = (C^t B)^t; \quad A^t + X \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = (C^t B)^t; \quad X \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = (C^t B)^t - A^t$$

Según obtuvimos en el apartado a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = M$ y en el b) calculamos que $M^{-1} = \begin{pmatrix} 1/3 & 2/3 \\ 1/3 & -1/3 \end{pmatrix}$

La expresión final anterior queda; $X M = (C^t B)^t - A^t$

Despejemos X , multiplicamos por la derecha por M^{-1} ,

$$X M M^{-1} = [(C^t B)^t - A^t] M^{-1}; \quad X I = [(C^t B)^t - A^t] M^{-1}; \quad X = [(C^t B)^t - A^t] M^{-1};$$

Efectuemos los cálculos para obtener X

$$C^t B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} (1 \ 1 \ 0) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}; \quad (C^t B)^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad (C^t B)^t - A^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$X = [(C^t B)^t - A^t] M^{-t} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/3 & 2/3 \\ 1/3 & -1/3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \cdot \frac{1}{3} + 3 \cdot \frac{1}{3} & 0 \cdot \frac{2}{3} - 3 \cdot \frac{1}{3} \\ 1 \cdot \frac{1}{3} - 1 \cdot \frac{1}{3} & 1 \cdot \frac{2}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3} \\ -2 \cdot \frac{1}{3} - 1 \cdot \frac{1}{3} & -2 \cdot \frac{2}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Solución: $X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$

Tu Profecia al Rescate

Problema 1. B. Una empresa de organización de eventos desea poner a la venta dos tipos de entradas para un evento musical: entradas preferentes y entradas estándar, que se venden a 115€ y 90€, respectivamente, aunque en las localidades preferentes la empresa tiene unos gastos de 5€ por entrada porque en ellas se sirve un aperitivo. La instalación de cada localidad preferente tiene un coste de 20€ y la de cada localidad estándar de 10€; la empresa dispone de un presupuesto de 1.000€ para gastos de instalación. El aforo máximo es de 75 asientos.

- a) ¿Cuántas entradas de cada tipo se deben poner a la venta para obtener el máximo beneficio posible? (3 puntos)
- b) ¿Cuál es dicho beneficio máximo? (0,5 puntos)

Solución:

Llamando: x = número de entradas preferente

y = número de entradas estándar

Los datos del problema podemos resumirlo en la tabla siguiente:

	Nº entradas	Beneficio	costes
preferente	x	$(115-5)€/entrada$	$20€/ entrada$
estándar	y	$90€/entrada$	$10€/ entrada$
disponibilidad	75		1000€

El problema proporcionan las siguientes restricciones:

El aforo máximo es de 75 asientos $\rightarrow x + y \leq 75$

la empresa dispone de un presupuesto de 1.000€ para gastos de instalación $\rightarrow 20x + 10y \leq 1000$
 $\rightarrow 2x + y \leq 100$

Como las variables x e y representan número de unidades deben ser números naturales.

El beneficio viene dada por la función: $z = 110x + 90y$

El problema a resolver es:

maximizar $z = 110x + 90y$

$$\text{s.a.} \begin{cases} x + y \leq 75 \\ 2x + y \leq 100 \\ x, y \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Efectuamos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.

(a) $x + y \leq 75$

$x + y = 75$

x	y
0	75
75	0

¿(0,0) cumple?

$0 + 0 \leq 75$ Sí

(b) $2x + y \leq 100$

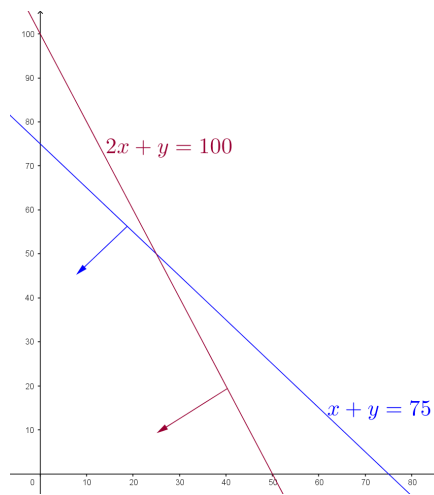
$2x + y = 100$

x	y
0	100
50	0

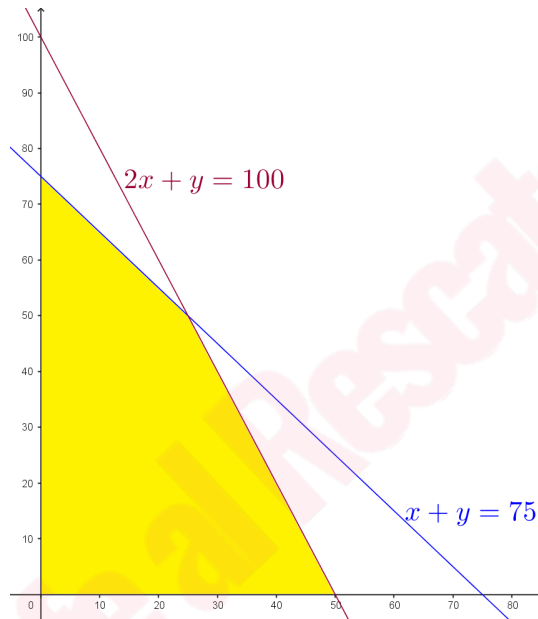
¿(0,0) cumple?

$2 \cdot 0 + 0 \leq 100$ Sí

La representación gráfica será:



La región determinada por el sistema de inecuaciones (región factible) está formada por los puntos de coordenada natural de la zona sombreada.



Vértices de la región factible:

los que obtuvimos en los cálculos para la representación son $A(0, 0)$, $B(0, 75)$ y $D(50, 0)$.

Punto C, corte entre (a) y (b):

$$\begin{cases} x + y = 75 \\ 2x + y = 100 \end{cases} \quad \begin{matrix} -1x \\ 2^a \end{matrix} \quad \begin{cases} -x - y = -75 \\ 2x + y = 100 \end{cases}$$

Sumando: $x = 25$

Sustituyendo el valor de x en la 1ª ecuación: $25 + y = 75$; $y = 75 - 25$; $y = 50 \rightarrow C(25, 50)$

El máximo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los extremos de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices,

x, y	$z = 110x + 90y$	
$0, 0$	$110 \cdot 0 + 90 \cdot 0 = 0$	
$0, 75$	$110 \cdot 0 + 90 \cdot 75 = 6750$	
$25, 50$	$110 \cdot 25 + 90 \cdot 50 = 7250$	máximo
$50, 0$	$110 \cdot 50 + 90 \cdot 0 = 5500$	

El máximo se alcanza en el punto $(25, 50)$

Por tanto,

a) Debe poner a la venta 25 entradas de tipo preferente y 50 estándar para obtener el máximo beneficio posible.

b) El beneficio máximo será de 7250€.

Problema 2. A. Una empresa agrícola que se dedica al cultivo de frutas tropicales ha implementado un sistema de riego automatizado para optimizar el consumo de agua. La función que describe la necesidad de agua del cultivo (en m³/día) tras x días de crecimiento, para x entre 0 y 30, es:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 4x^2 + 10 & \text{si } 0 \leq x \leq 8 \\ 3x + 9 & \text{si } 8 < x \leq 20 \\ 70 & \text{si } 20 < x \leq 30 \end{cases}$$

- a) Estudia la continuidad de esta función en el intervalo $[0,30]$. (0'75 puntos)
 b) Determina en qué días la necesidad de agua es máxima y mínima. (2 puntos)
 c) Calcula el área delimitada por esta función y el eje OX entre los días 3 y 7. (0'75 puntos)

Solución:

a) Continuidad de esta función en el intervalo $[0,30]$.

En el intervalo $[0,8]$, $f(x)$ es un polinomio de 3º grado luego es continua.

En el intervalo $(8,20)$, $f(x)$ es un polinomio de 1º grado luego es continua.

En el intervalo $(20,30]$, $f(x)$ es constante luego es continua.

Los problemas para la continuidad de la función están en los cambios de definición.

Continuidad en $x = 8$,

a) $f(8) = 8^3 - 4 \cdot 8^2 + 10 = 266$

b) $\lim_{x \rightarrow 8} f(x) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 8^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 8^-} (x^3 - 4x^2 + 10) = 266 \\ \lim_{x \rightarrow 8^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 8^+} (3x + 9) = 3 \cdot 8 + 9 = 33 \end{cases} \neq \text{no existe } \lim_{x \rightarrow 8} f(x)$

Por tanto $f(x)$ no es continua en $x = 8$

Continuidad en $x = 20$,

a) $f(20) = 3 \cdot 20 + 9 = 69$

b) $\lim_{x \rightarrow 20} f(x) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 20^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 20^-} (3x + 9) = 69 \\ \lim_{x \rightarrow 20^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 20^+} (70) = 70 \end{cases} \neq \text{no existe } \lim_{x \rightarrow 20} f(x)$

Por tanto $f(x)$ no es continua en $x = 20$

Solución: $f(x)$ es continua en $[0, 30] \sim \{8, 20\}$ y en $x = 8$ y $x = 20$ tiene una discontinuidad de salto finito (existen los límites laterales pero son distintos).

b) Determina en qué días la necesidad de agua es máxima y mínima.

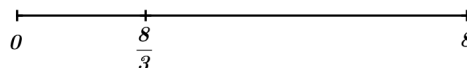
Obtengamos los máximos y mínimos de $f(x)$.

En el intervalo $[0,8]$,

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 10$$

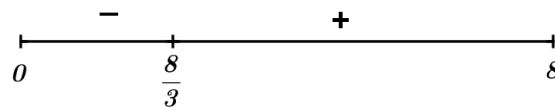
$$f'(x) = 3x^2 - 8x; \quad 3x^2 - 8x = 0; \quad x(3x - 8) = 0; \quad \begin{cases} x = 0 \\ 3x - 8 = 0; \quad 3x = 8; \quad x = \frac{8}{3} \cong 2'66... \in [0,8] \end{cases}$$

Debemos estudiar el signo de $f'(x)$ en los siguientes intervalos:



x	$f'(x) = 3x^2 - 8x$
1	$f'(1) = 3 \cdot 1^2 - 8 \cdot 1 = -5 < 0$
3	$f'(3) = 3 \cdot 3^2 - 8 \cdot 3 = 3 > 0$

el signo de $f'(x)$ es:



Entonces en $x = 8/3$ hay un mínimo relativo por ser la función decreciente a su izquierda y creciente a su derecha.

En el intervalo $(8, 20]$,

$f(x) = 3x + 9$, polinomio de primer grado con coeficiente de x positivo por tanto creciente.

En el intervalo $(20, 30]$,

$f(x) = 70$, es constante (ni creciente ni decreciente).

Para determinar el máximo y el mínimo de $f(x)$ debemos calcular el valor de $f(x)$ en el mínimo relativo y en los extremos de los intervalos de definición.

x	$f(x)$
0	$0^3 - 4 \cdot 0^2 + 10 = 10$
$8/3$	$\left(\frac{8}{3}\right)^3 - 4 \cdot \left(\frac{8}{3}\right)^2 + 10 = \frac{14}{27} \cong 0'5185$
8	$8^3 - 4 \cdot 8^2 + 10 = 266$
8^+	$3 \cdot 8 + 9 = 33$
20	$3 \cdot 20 + 9 = 69$
30	70

→ El mínimo absoluto está en $x = \frac{8}{3}$ y el máximo absoluto en $x = 8$.

Solución: la necesidad de agua es máxima a los 8 días y mínima a los $8/3$..

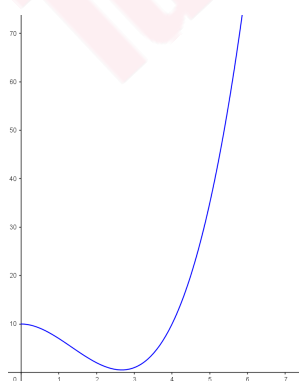
c) Calcula el área delimitada por esta función y el eje OX entre los días 3 y 7.

El intervalo $[3, 7] \subset [0, 8]$, por tanto en $[3, 7]$ $f(x) = x^3 - 4x^2 + 10$

De la función $f(x)$, considerando los cálculos de los apartados anteriores, conocemos:

$f(0) = 10$, $f(8) = 266$ y tiene un mínimo relativo en $\left(\frac{8}{3}, \frac{14}{27}\right) \cong (2'6667, 0'5185)$.

Gráficamente:



La función $f(x)$ en el intervalo $[3, 7]$ está por encima del eje OX, por tanto, el área pedida se obtiene mediante la siguiente integral definida:

$$\begin{aligned} \int_3^7 (x^3 - 4x^2 + 10) dx &= \left[\frac{x^4}{4} - 4 \frac{x^3}{3} + 10x \right]_3^7 = \\ &= \left(\frac{7^4}{4} - 4 \frac{7^3}{3} + 10 \cdot 7 \right) - \left(\frac{3^4}{4} - 4 \frac{3^3}{3} + 10 \cdot 3 \right) = \\ &= \frac{2555}{12} - \frac{57}{4} = \frac{596}{3} \cong 198'6667 \end{aligned}$$

Solución: el área de la región indicada mide $\frac{596}{3}$ u.a.

Problema 2. B. Cuando la temperatura de un invernadero se mantiene a x grados centígrados, siendo x un número real entre 10 y 30, la producción (en kilogramos) de cierta hortaliza viene dada por la función $Q(x) = 30x^2 + Ax + B - x^3$. Sabemos que la producción máxima se alcanza cuando el invernadero se mantiene a 21 grados centígrados, y que dicha producción máxima es 5.300 kg.

- a) Determina los valores A y B que aparecen en la función $Q(x)$. (0,75 puntos)
 b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $Q(x)$. (1 punto)
 c) Para valores de la temperatura comprendidos entre 10 y 30 grados centígrados, ¿en algún caso se obtiene una producción inferior a 1.000 kg? (1 punto)

Solución:

$$Q(x) = 30x^2 + Ax + B - x^3 \quad x \in [10, 30].$$

a)

De los datos del problema “la producción máxima se alcanza para $x = 21$ y es de 5300”, entonces, para $x = 21$ $Q'(21) = 0$ y $Q(21) = 5300$

$$Q'(x) = 60x + A - 3x^2; \quad Q'(21) = 60 \cdot 21 + A - 3 \cdot 21^2 = A - 63 \quad \text{entonces} \quad A - 63 = 0; \quad A = 63$$

$$Q(21) = 5300; \quad 5300 = 30 \cdot 21^2 + 63 \cdot 21 + B - 21^3; \quad B + 5292 = 5300; \quad B = 5300 - 5292 = 8$$

Solución: $A = 63$ y $B = 8$. $Q(x) = 30x^2 + 63x + 8 - x^3 \quad x \in [10, 30]$.

b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $Q(x)$.

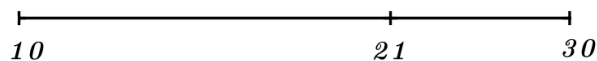
Debemos estudiar el signo de $Q'(x)$.

$$Q(x) = 30x^2 + 63x + 8 - x^3 \rightarrow Q'(x) = 60x + 63 - 3x^2$$

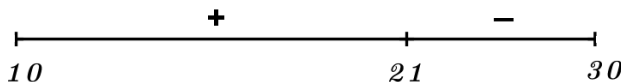
$$Q'(x) = 0; \quad 60x + 63 - 3x^2 = 0; \quad -3x^2 + 60x + 63 = 0;$$

$$x = \frac{-60 \pm \sqrt{60^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 63}}{2 \cdot (-3)} = \frac{-60 \pm 66}{-6} = \begin{cases} x_1 = \frac{-60 + 66}{-6} = -1 \\ x_2 = \frac{-60 - 66}{-6} = 21 \end{cases}$$

Debemos estudiar el signo de $Q'(x)$ en los intervalos:



	$Q'(x) =$
15	$-3 \cdot 15^2 + 60 \cdot 15 + 63 = 288 > 0$
25	$-3 \cdot 25^2 + 60 \cdot 25 + 63 = -312 < 0$



Solución: $Q(x)$ es creciente en $(10, 21)$ y decreciente en $(21, 30)$.

c) Para valores de la temperatura comprendidos entre 10 y 30 grados centígrados, ¿en algún caso se obtiene una producción inferior a 1.000 kg?

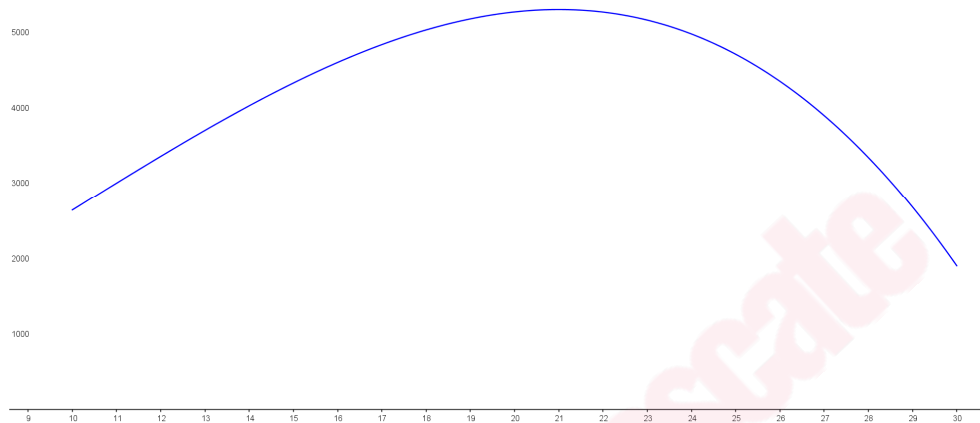
De los datos del enunciado sabemos que $Q(21) = 5300$. Calculemos el valor de Q en los extremos del intervalo:

$$Q(10) = 30 \cdot 10^2 + 63 \cdot 10 + 8 - 10^3 = 2638$$

$$Q(30) = 30 \cdot 30^2 + 63 \cdot 30 + 8 - 30^3 = 1898$$

Considerando que $Q(x)$ es creciente en $(10, 21)$ y decreciente en $(21, 30)$ el valor mínimo de $Q(x)$ se alcanzará en los extremos del intervalo (el valor mínimo es 1898). Por lo tanto, nunca se obtendrá una producción inferior a 1000 kg.

Gráficamente:



Solución: para valores de la temperatura comprendidos entre 10 y 30 grados centígrados, nunca se obtiene una producción inferior a 1.000 kg.

Problema 3. Manuel va a celebrar su cumpleaños y ha invitado a dos grupos de amigos que no se conocen entre sí: del instituto y de su barrio. Cada grupo va a una tienda distinta a comprar un regalo. El grupo del instituto va a la tienda A, donde un 40% de los regalos son libros, un 15% es ropa y un 45% son juegos. El grupo de su barrio va a la tienda B, donde el 20% son libros, el 10% es ropa y el 70% son juegos. Supón que cada grupo elige aleatoriamente su regalo. Calcula:

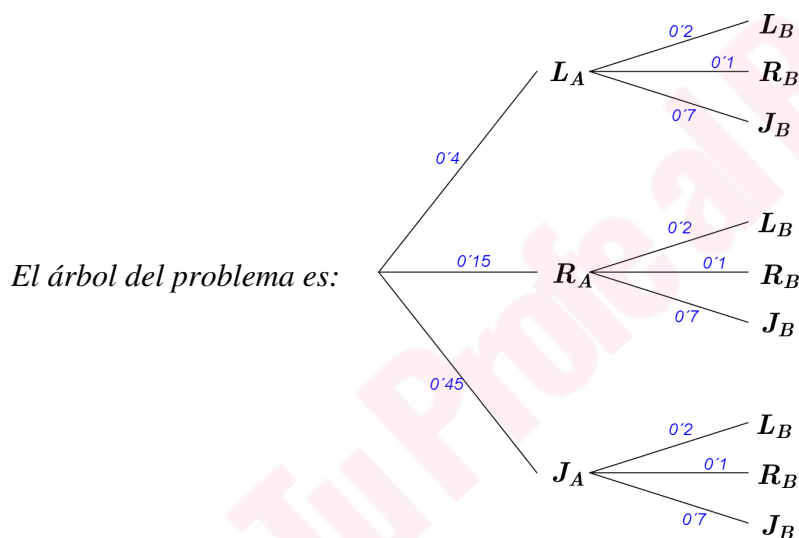
- La probabilidad de que Manuel tenga dos regalos de distinto tipo. (1 punto)
- La probabilidad de que Manuel tenga como regalo un libro o un juego. (1 punto)
- La probabilidad de que, si uno de los regalos es ropa y el otro no, el regalo de ropa se haya comprado en la tienda A. (1 punto)

Solución:

Consideramos los siguientes sucesos:

Los amigos del instituto compran en la tienda A y compran libro, L_A , ropa, R_A o juego, J_A . De los datos del problema: $P(L_A) = 0.4$, $P(R_A) = 0.15$ y $P(J_A) = 0.45$.

Los amigos del barrio compran en la tienda B y compran libro, L_B , ropa, R_B o juego, J_B . De los datos del problema: $P(L_B) = 0.2$, $P(R_B) = 0.1$ y $P(J_B) = 0.7$.



- a) La probabilidad de que Manuel tenga dos regalos de distinto tipo.

$$\begin{aligned}
 P(\text{tenga dos regalos distintos}) &= 1 - P(\text{tenga dos regalos iguales}) = \\
 &= 1 - [P(L_A \cap L_B) + P(R_A \cap R_B) + P(J_A \cap J_B)] = 1 - [0.4 \cdot 0.2 + 0.15 \cdot 0.1 + 0.45 \cdot 0.7] = 0.59
 \end{aligned}$$

Solución: la probabilidad de que Manuel tenga dos regalos de distinto tipo es 0.59.

- b) La probabilidad de que Manuel tenga como regalo un libro o un juego.

Que Manuel tenga como regalo un libro o un juego es el complementario de que tenga como regalo ropa de ambos grupos.

$$P(\text{tenga como regalo un libro o un juego}) = 1 - P(R_A \cap R_B) = 1 - 0.15 \cdot 0.1 = 0.985$$

Solución: la probabilidad de que Manuel tenga como regalo un libro o un juego es 0.985.

c) La probabilidad de que, si uno de los regalos es ropa y el otro no, el regalo de ropa se haya comprado en la tienda A.

Llamamos: F = el regalo de ropa se ha comprado en la tienda A y

G = uno de los regalos es ropa y el otro no.

La probabilidad pedida es: $P(F/G) = \frac{P(F \cap G)}{P(G)}$

$$F \cap G = \text{"ropa de A y no ropa de B"} = R_A \cap \overline{R_B}, \quad P(F \cap G) = P(R_A \cap \overline{R_B}) = 0'15 (0'2 + 0'7) = 0'135.$$

$$\begin{aligned} P(G) &= P(L_A \cap R_B) + P(R_A \cap L_B) + P(R_A \cap J_B) + P(J_B \cap R_B) = \\ &= 0'4 \cdot 0'1 + 0'15 \cdot 0'2 + 0'15 \cdot 0'7 + 0'45 \cdot 0'1 = 0'22 \end{aligned}$$

$$\text{Finalmente, } P(F/G) = \frac{P(F \cap G)}{P(G)} = \frac{0'135}{0'22} = \frac{27}{44} \cong 0'6136.$$

Solución: la probabilidad de que, si uno de los regalos es ropa y el otro no, el regalo de ropa se haya comprado en la tienda A es 0'6136.

Tu Profecia al Rescate