

ANDALUCÍA · PAU 2015 · CONVOCATORIA NO ESPECIFICADA · EXAM 6

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Halla a y b sabiendo que es continua la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida como

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x + \cos(x) - ae^x}{x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ b & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = (x^2 + 3x + 1)e^{-x}$.

a) 1 punto

Estudia y calcula las asíntotas de la gráfica de f .

b) 1 punto

Halla los puntos de la gráfica de f cuya recta tangente es horizontal.

c) 0,5 puntos

Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea f la función definida por $f(x) = |\ln(x)|$ para $x > 0$ ($\ln$ denota la función logaritmo neperiano).

a) 0,5 puntos

Esboza el recinto limitado por la gráfica de f y la recta $y = 1$.

b) 0,5 puntos

Calcula los puntos de corte de la gráfica de f con la recta $y = 1$.

c) 1,5 puntos

Calcula el área del recinto citado.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Calcula $\int e^{2x} \operatorname{sen}(x) dx$.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & m \\ m-1 & 0 & 2 \\ 0 & 1-m & 0 \end{pmatrix}$

a) 1,75 puntos

Halla el valor, o valores, de m para los que la matriz A tiene rango 2.

b) 0,75 puntos

Para $m = 1$, determina A^{2015} .

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + \alpha z = 2 \\ 2x + \alpha y = \alpha + 4 \\ 3x + y + (\alpha + 4)z = 7 \end{cases}$$

a) 1,75 puntos

Discute el sistema según los valores de α .

b) 0,75 puntos

Resuelve el sistema para $\alpha = 2$.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sean los planos $\pi \equiv x + 3y + 2z - 5 = 0$ y $\pi' \equiv -2x + y + 3z + 3 = 0$.

a) 1,5 puntos

Determina el ángulo que forman π y π' .

b) 1 punto

Calcula el volumen del tetraedro limitado por π y los planos coordenados.

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sean el punto $P(1, 6, -2)$ y la recta $r \equiv \frac{x-5}{6} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{2}$.

a) 1 punto

Halla la ecuación general del plano π que contiene al punto P y a la recta r .

b) 1,5 puntos

Calcula la distancia entre el punto P y la recta r .