

MADRID · PAU 2014 · ORDINARIA

Matemáticas CCSS

10 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

El examen incluye tabla $N(0,1)$ como anexo. Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2 puntos

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

a) 1 punto

Calcúlese $(A^t B)^{-1}$, donde A^t denota a la traspuesta de la matriz A .

b) 1 punto

Resuélvase la ecuación matricial $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2 puntos

Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\left. \begin{array}{l} x + y + az = 2 \\ 3x + 4y + 2z = a \\ 2x + 3y - z = 1 \end{array} \right\}$$

a) 1 punto

Discútase el sistema según los diferentes valores de a .

b) 1 punto

Resuélvase el sistema en el caso $a = -1$.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2 puntos

Se consideran la función $f(x, y) = 5x - 2y$ y la región del plano S definida por el siguiente conjunto de restricciones:

$$x - 2y \leq 0, \quad x + y \leq 6, \quad x \geq 0, \quad y \leq 3.$$

a) 1 punto

Representése la región S .

b) 1 punto

Calcúlense las coordenadas de los vértices de la región S y obténganse los valores máximo y mínimo de la función f en S indicando los puntos donde se alcanzan.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2 puntos

Dada la función real de variable real $f(x) = 4x^3 - 3x^2 - 2x$.

a) 1 punto

Determinése la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

b) 1 punto

Calcúlese $\int_2^3 f(x)dx$.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2 puntos

Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = \begin{cases} x + a & \text{si } x < 1 \\ x^2 - 2 & \text{si } 1 \leq x \leq 3 \\ x + b & \text{si } x > 3 \end{cases}$

a) 1 punto

Determinése a y b para que f sea continua en todo $\mathbb{R}$.

b) 1 punto

Calcúlese $\int_1^3 f(x)dx$.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2 puntos

Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x) = \frac{x^2}{x-2}$$

a) 1 punto

Determinése sus asíntotas.

b) 1 punto

Determinése el dominio y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f .

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2 puntos

Sean A y B dos sucesos de un espacio muestral tales que: $P(A) = 0,4$; $P(A \cup B) = 0,5$; $P(B|A) = 0,5$.

a) 1 punto

Calcúlese $P(B)$.

b) 1 punto

Calcúlese $P(A|\overline{B})$.

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2 puntos

Se dispone de un dado cúbico equilibrado y dos urnas A y B . La urna A contiene 3 bolas rojas y 2 negras; la urna B contiene 2 rojas y 3 negras. Lanzamos el dado: si el número obtenido es 1 ó 2 extraemos una bola de la urna A ; en caso contrario extraemos una bola de la urna B .

a) 1 punto

¿Cuál es la probabilidad de extraer una bola roja?

b) 1 punto

Si la bola extraída es roja, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la urna A ?

Ejercicio 5

OPCIÓN A 2 puntos

La longitud, en milímetros (mm), de los individuos de una determinada colonia de gusanos de seda se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media desconocida μ y desviación típica igual a 3 mm.

a) 1 punto

Se toma una muestra aleatoria simple de 48 gusanos de seda y se obtiene una media muestral igual a 36 mm. Déterminese un intervalo de confianza para la media poblacional de la longitud de los gusanos de seda con un nivel de confianza del 95%.

b) 1 punto

Déterminese el tamaño muestral mínimo necesario para que el error máximo cometido en la estimación de μ por la media muestral sea menor o igual que 1 mm con un nivel de confianza del 90%.

Ejercicio 5

OPCIÓN B 2 puntos

El consumo mensual de leche (en litros) de los alumnos de un determinado colegio se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica $\sigma = 3$ litros.

a) 1 punto

Se toma una muestra aleatoria simple y se obtiene el intervalo de confianza (16,33; 19,27) para estimar μ , con un nivel de confianza del 95%. Calcúlese la media muestral y el tamaño de la muestra elegida.

b) 1 punto

Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 64. Calcúlese el error máximo cometido en la estimación de μ mediante la media muestral con un nivel de confianza del 95%.