

BAREMO DEL EXAMEN: Se elegirá sólo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para la realización del examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).

Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓN A

PROBLEMA A.1.

Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} \alpha x + \alpha^3 y + z = 1 \\ \alpha x + \alpha y + z = 1 \\ \alpha^3 x + \alpha y + z = 1 \end{cases} \quad \text{donde } \alpha \text{ es un parámetro real, se pide:}$$

- Deducir, razonadamente, para qué valores de α es compatible determinado. (4 puntos)
- Deducir, razonadamente, para qué valores de α es compatible indeterminado. (3 puntos)
- Resolver el sistema en todos los casos en que es compatible indeterminado. (3 puntos)

PROBLEMA A.2. Se pide obtener razonadamente:

- La ecuación del plano π que pasa por los puntos $O = (0, 0, 0)$, $A = (6, -3, 0)$ y $B = (3, 0, 1)$. (3 puntos)
- La ecuación de la recta r que pasa por el punto $P = (8, 7, -2)$ y es perpendicular al plano π . (3 puntos)
- El punto Q del plano π cuya distancia al punto P es menor que la distancia de cualquier otro punto del plano π al punto P . (4 puntos)

PROBLEMA A.3. Dadas las funciones $f(x) = x^3$ y $g(x) = 2x^2 - x$, se pide:

- Obtener razonadamente los puntos de intersección A y B de las curvas $y = f(x)$ e $y = g(x)$. (3 puntos)
- Demostrar que $f(x) \geq g(x)$ cuando $x \geq 0$. (3 puntos)
- Calcular razonadamente el área de la superficie limitada por las dos curvas entre los puntos A y B . (4 puntos)

OPCIÓN B

PROBLEMA B.1. Dadas las matrices

$$A(x) = \begin{pmatrix} x+2 & 4 & 3 \\ x+2 & 6 & 2 \\ x+3 & 8 & 2 \end{pmatrix} \quad y \quad B(y) = \begin{pmatrix} y+1 & 4 & 3 \\ y+2 & 6 & 2 \\ y+3 & 8 & 1 \end{pmatrix}$$

se pide:

- Obtener razonadamente el valor de x para que el determinante de la matriz $A(x)$ sea 6. (4 puntos)
- Calcular razonadamente el determinante de la matriz $2A(x)$. (2 puntos)
- Demostrar que la matriz $B(y)$ no tiene matriz inversa para ningún valor real de y . (4 puntos)

PROBLEMA B.2. Dadas las dos rectas r y s de ecuaciones

$$r: \frac{x-4}{3} = \frac{y-4}{2} = z-4 \quad y \quad s: x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$$

se pide calcular razonadamente:

- Las coordenadas del punto P de intersección de las rectas r y s . (3 puntos)
- El ángulo que forman las rectas r y s . (3 puntos)
- Ecuación implícita $Ax + By + Cz + D = 0$ del plano π que contiene a las rectas r y s . (4 puntos)

PROBLEMA B.3. Dos elementos de un escudo son una circunferencia y un triángulo. La circunferencia tiene centro $(0,0)$ y radio 5. Uno de los vértices del triángulo es el punto $A=(-5,0)$. Los otros dos vértices del triángulo son los puntos de la circunferencia $B=(x,y)$ y $C=(x,-y)$. Se pide obtener razonadamente:

- El área del triángulo en función de x . (3 puntos)
- Los vértices B y C para los que es máxima el área del triángulo. (5 puntos)
- El valor máximo del área del triángulo. (2 puntos)