ASTURIAS · PAU 2024 · ORDINARIA

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

El examen incluye tabla N(0,1) como anexo. Responda en el pliego en blanco a cuatro preguntas cualesquiera de entre las ocho que se proponen. Todas las preguntas se calificarán con un máximo de 2.5 puntos. Agrupaciones de preguntas que sumen más de 10 puntos o que no coincidan con las indicadas conllevarán la anulación de la(s) última(s) pregunta(s) seleccionada(s) y/o respondida(s)

Ejercicio 1

2,5 puntos

En una protectora de animales se dan tres tipos de alimentos a tres razas de perros distintas. Cada perro de la raza 1 consume, por semana, un promedio de 2 unidades del alimento A y 1 unidad del alimento C. Cada perro de la raza 2 consume, por semana, un promedio de 1 unidad del alimento A y 1 unidad del alimento C. El consumo semanal promedio de la raza 3 es de 3 unidades de alimento A, 1 unidad de alimento B y 3 unidades de alimento C. Cada semana se compran 410 unidades del alimento A, 30 unidades del alimento B y 310 del alimento C. Se supone que toda la comida que se proporciona se consume.

a) 0,75 puntos

Plantea un sistema de ecuaciones lineales que modelice este problema y escribelo matricialmente.

b) 1 punto

¿Cuántos ejemplares de cada raza puede coexistir en la protectora?

c) 0,75 puntos

Si la raza 2 consumiese 1 unidad del alimento B, ¿existiría otra distribución del número de ejemplares de cada raza que permitiese mantener las unidades compradas cada semana?

Ejercicio 2

2,5 puntos

Sea $x \in \mathbb{R}$ y las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ -2 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & x \end{pmatrix}$

a) 1,5 puntos

Da el $rg(A)$ según los valores de x. Para $x = 1$, comprueba que existe A^{-1} y calcúlala.

b) 1 punto

Toma $x = 1$. Supongamos que B es una matriz 3×3 con $\det(B) = 5$. Calcula $\det(AB)$. Razona cuál debe ser el valor de $\det\left(\frac{1}{5}AB\right)$.

Tu Profe al Rescate

Ejercicio 3

2,5 puntos

Se considera la función $f(x) = \frac{x-4}{1-x}$.

a) 1 punto

Calcula el dominio de la función f y sus asíntotas.

b) 1 punto

Halla en caso de que existan, los máximos y mínimos y puntos de inflexión. Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

c) 0,5 puntos

Utilizando los apartados anteriores, realiza un esbozo de la gráfica de f.

Ejercicio 4

2,5 puntos

Dada la función $f(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$.

a) 1,25 puntos

Calcula una primitiva que pase por el punto $(0, 1)$.

b) 1,25 puntos

Calcula el área limitada por f, el eje X y las rectas $x = 0$ y $x = \frac{\pi}{2}$.

Ejercicio 5

2,5 puntos

Dado el punto $A = (0, -1, 1)$ y el plano $\pi \equiv x + y + z + 3 = 0$,

a) 1,5 puntos

Calcula el punto B simétrico de A respecto de π.

b) 1 punto

Calcula el área del triángulo plano cuyos vértices son A, $C = (-2, -3, 1)$ y el origen de coordenadas.

Ejercicio 6

2,5 puntos

Se consideran los puntos $A = (1, 1, 1)$, $B = (1, 0, 2)$, $C = (-1, 1, 3)$ y $D = (-1, 0, 1)$.

a) 0,75 puntos

Estudia si existe un plano que contenga a los cuatro puntos.

b) 0,75 puntos

Calcula la recta r que pasa por D y es perpendicular al plano π que contiene a A, B y C.

c) 1 punto

Calcula el punto P intersección de $r \equiv x + 1 = -y = z - 1$ y $\pi \equiv x - y - z = 1$ del apartado anterior.

Tu Profe al Rescate

Ejercicio 7

2,5 puntos

En una empresa 55% de los trabajadores han hecho el curso 'ChatGPT'. El 30% de los trabajadores que han hecho este curso también han hecho el curso 'IA', el 40% de los que no han hecho el curso 'ChatGPT' han realizado el curso 'IA'.

a) 1,25 puntos

Tomado un trabajador al azar, ¿cuál es la probabilidad de que haya realizado el curso 'IA'?

b) 1,25 puntos

Si un trabajador elegido al azar no ha hecho el curso 'IA' ¿cuál es la probabilidad de que sí tenga el curso de 'ChatGPT'?

Ejercicio 8

2,5 puntos

Una empresa cafetera realiza una encuesta a 10000 individuos sobre el tipo de café que compran. Los resultados son: 8000 dicen comprar café torrefacto, 4000 café natural y 3000 ambos tipos de café.

a) 0,5 puntos

Si se elige un individuo al azar, ¿cuál es la probabilidad de que compre alguno de los dos tipos de café?

b) 1 punto

Se selecciona un individuo y se le pregunta si compra café natural. Se repite la operación 100 veces, pudiendo repetirse el individuo seleccionado. Calcule aproximando por una distribución normal si fuese posible, la probabilidad de que no más de 50 individuos compre café natural.

c) 1 punto

Si en el apartado anterior sólo se seleccionasen 10 individuos, ¿cuál es la probabilidad de que 5 compren café natural?

Tu Profe al Rescate