

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

Problema 1. En una explotación ganadera se crían 100 animales. Cada ejemplar necesita diariamente como mínimo 5 kg de piensos de origen animal y como mínimo 3 kg de piensos de origen vegetal. Hay dos marcas A y B que venden sacos con mezclas de dichos piensos. La marca A vende sacos con 7 kg de piensos animales y 3 kg de piensos vegetales. La marca B vende sacos con 6 kg de piensos animales y 4 kg de piensos vegetales. Si los sacos de la marca A cuestan 12 euros y los de la marca B cuestan 11 euros,

- ¿cuál es la combinación de compra de sacos de cada marca que se ha de realizar semanalmente para minimizar el coste? (8 puntos)
- ¿Cuál será dicho coste mínimo? (2 puntos)

Solución:

Llamando: $x = n^{\circ}$ de sacos de la marca A

$y = n^{\circ}$ de sacos de la marca B

Los datos del problema los resumimos en la tabla:

Saco	Kg de piensos animales	Kg de piensos vegetales	Euros/saco
A	7	3	12
B	6	4	11

El enunciado nos dice las necesidades diarias de cada animal y el problema pregunta por las necesidades semanales de la explotación ganadera (que tiene 100 animales).

Las restricciones serán:

“Cada ejemplar necesita diariamente como mínimo 5 kg de piensos de origen animal” $\rightarrow$ 100 animales durante siete días necesitan $5 \cdot 100 \cdot 7 = 3500$ Kg $\rightarrow 7x + 6y \geq 3500$

“Cada ejemplar necesita diariamente como mínimo 3 kg de piensos de origen vegetal” $\rightarrow$ 100 animales durante siete días necesitan $3 \cdot 100 \cdot 7 = 2100$ Kg $\rightarrow 3x + 4y \geq 2100$

Como las variables x e y representan sacos, deben ser números naturales.

El coste de la fertilización viene dado por la función: $z = 12x + 11y$

El problema a resolver es:

$$\text{minimizar } z = 12x + 11y$$

$$\text{s.a. } \begin{cases} 7x + 6y \geq 3500 \\ 3x + 4y \geq 2100 \\ x, y \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Efectuamos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.

$$7x + 6y \geq 3500$$

$$7x + 6y = 3500$$

$$\begin{array}{r|l} x & y \\ \hline 0 & \frac{3500}{6} \approx 583,33 \\ \frac{3500}{7} = 500 & 0 \end{array}$$

¿(0,0) cumple?

$$7 \cdot 0 + 6 \cdot 0 \geq 3500 \quad \text{No}$$

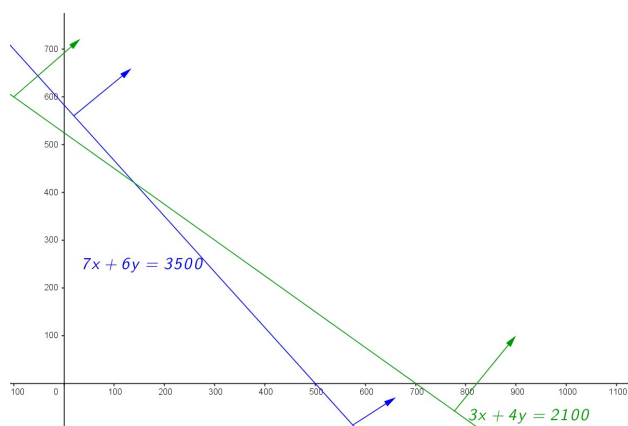
$$3x + 4y \geq 2100$$

$$3x + 4y = 2100$$

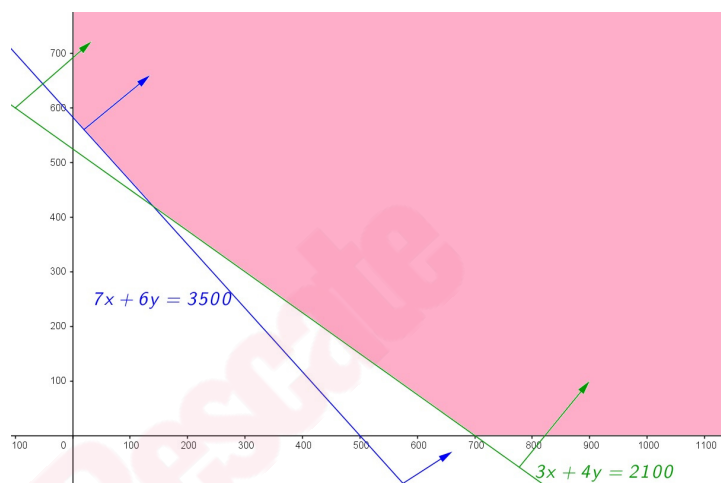
$$\begin{array}{r|l} x & y \\ \hline 0 & \frac{2100}{4} = 525 \\ \frac{2100}{3} = 700 & 0 \end{array}$$

$$\text{¿(0,0) cumple? } 3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 \geq 2100 \quad \text{No}$$

La representación gráfica será:



La región determinada por el sistema de inecuaciones (región factible) está formada por los puntos de coordenada natural de la zona sombreada. Es una región factible abierta.



Vértices de la región factible:

el del eje horizontal y vertical los obtuvimos en los cálculos para la representación: $(700, 0)$ y $(0, \frac{3500}{6})$. Falta el punto de corte entre las dos rectas.

Corte entre las rectas:

$$\begin{cases} 7x + 6y = 3500 \\ 3x + 4y = 2100 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} * 3 \quad 21x + 18y = 10500 \\ * (-7) \quad -21x - 28y = -14700 \end{cases}$$

$$\text{Sumando ambas ecuaciones: } -10y = -4200 \rightarrow y = \frac{-4200}{-10} = 420$$

Sustituyendo el valor de y en la 2ª ecuación,

$$3x + 4 \cdot 420 = 2100; \quad 3x + 1680 = 2100; \quad 3x = 420; \quad x = \frac{420}{3} = 140$$

Luego punto de corte $(140, 420)$

Los vértices de la región factible son: $(0, \frac{3500}{6})$, $(140, 420)$ y $(700, 0)$.

El mínimo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los vértices de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices,

x, y	$z = 12x + 11y$	
$0, \frac{3500}{6}$	$12 \cdot 0 + 11 \cdot \frac{2200}{3} = 6416'67$	
$140, 420$	$12 \cdot 140 + 11 \cdot 420 = 6300$	mínimo
$700, 0$	$12 \cdot 700 + 11 \cdot 0 = 7700$	

El mínimo se alcanza en el punto $(140, 420)$

Por tanto,

- Para minimizar el coste, semanalmente hay que comprar 140 sacos de la marca A y 420 de la marca B.
- El coste mínimo sería de 6300€ a la semana.

Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas

Problema 2. En una empresa de 57 trabajadores el gasto en salarios en este mes ha sido de 62000 euros. En la empresa hay trabajadores de tres categorías, denominadas A, B y C. Este mes el salario de los trabajadores de la categoría A ha sido de 800 euros, el de los trabajadores de la categoría B de 1000 euros y el de los trabajadores de la categoría C de 2000 euros. Una auditoría externa ha indicado que la desigualdad salarial entre los trabajadores de la empresa es excesiva, por lo que se ha decidido que el próximo mes se incrementará en un 4% el salario a los trabajadores de la categoría A, se mantendrá el salario a los trabajadores de la categoría B y se rebajará en un 10% el salario a los trabajadores de la categoría C. De esta manera, el gasto de la empresa en salarios en el próximo mes será un 2% inferior al gasto en salarios de este mes. ¿Cuántos trabajadores de cada categoría tiene la empresa?

(Planteamiento correcto 5 puntos --- Resolución correcta 5 puntos)

Solución:

Llamando: $x = \text{n}^\circ \text{ de trabajadores de la categoría A}$
 $y = \text{n}^\circ \text{ de trabajadores de la categoría B}$
 $z = \text{n}^\circ \text{ de trabajadores de la categoría C}$

Del enunciado del problema obtenemos:

	Trabajadores	salario	Salario modificado
A	x	800	$(\uparrow 4\%) 800 \cdot 1.04 = 832$
B	y	1000	$(=) 1000$
C	z	2000	$(\downarrow 10\%) 2000 \cdot 0.90 = 1800$
Totales	57	62000	$(\downarrow 2\%) 62000 \cdot 0.98 = 60760$

Por el total de trabajadores, $x + y + z = 57$

Por el salario del mes, $800x + 1000y + 2000z = 62000$

Por el salario modificado, $832x + 1000y + 1800z = 60760$

El sistema a resolver es:

$$\begin{cases} x + y + z = 57 \\ 800x + 1000y + 2000z = 62000 \\ 832x + 1000y + 1800z = 60760 \end{cases}$$

Lo resolveremos por Gauss.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 57 \\ 800 & 1000 & 2000 & 62000 \\ 832 & 1000 & 1800 & 60760 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{F_2 - 800 F_1 \\ F_3 - 832 F_1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 57 \\ 0 & 200 & 1200 & 16400 \\ 0 & 168 & 968 & 13336 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 / 200} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 57 \\ 0 & 1 & 6 & 82 \\ 0 & 168 & 968 & 13336 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{F_3 - 168 F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 57 \\ 0 & 1 & 6 & 82 \\ 0 & 0 & -40 & -440 \end{array} \right)$$

$$\text{De } F_3 \rightarrow -40z = -440 \rightarrow z = \frac{-440}{-40} = 11$$

$$\text{De } F_2 \rightarrow y + 6z = 82 \rightarrow y + 6 \cdot 11 = 82 \rightarrow y + 66 = 82 \rightarrow y = 82 - 66 = 16$$

$$\text{De } F_1 \rightarrow x + y + z = 57 \rightarrow x + 16 + 11 = 57 \rightarrow x + 27 = 57 \rightarrow x = 57 - 27 = 30$$

Solución: en la empresa hay 30 trabajadores de la categoría A, 16 de la B y 11 de la C.

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

Problema 3. Dada la función $f(x) = \frac{1-x^2}{x^2-4}$, se pide:

- Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. (2 puntos)
- Las asíntotas horizontales y verticales, si las hubiera. (2 puntos)
- Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. (2 puntos)
- Los máximos y mínimos locales. (2 puntos)
- La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. (2 puntos)

Solución:

a) Dominio,

$$x^2 - 4 = 0 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm\sqrt{4} = \pm 2 \rightarrow \text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$$

Puntos de corte con los ejes coordenados,

$$x=0 \rightarrow f(0) = \frac{1-0^2}{0^2-4} = \frac{-1}{4} \rightarrow \left(0, \frac{-1}{4}\right)$$

$$f(x)=0 \rightarrow \frac{1-x^2}{x^2-4}=0 \rightarrow 1-x^2=0 \rightarrow x^2=1 \rightarrow x=\pm\sqrt{1}=\pm 1 \rightarrow \begin{pmatrix} (-1, 0) \\ (1, 0) \end{pmatrix}$$

Los puntos de corte con los ejes coordenados son: $(-1, 0)$, $(1, 0)$ y $\left(0, \frac{-1}{4}\right)$.

b) Asíntota horizontal y asíntota vertical.

Asíntota horizontal,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-x^2}{x^2-4} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-1) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-x^2}{x^2-4} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-1) = -1$$

, la asíntota horizontal es $y = -1$.

Asíntotas verticales.

Del dominio de la función deducimos que hay dos posibles A.V. $x = -2$ y $x = 2$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1-x^2}{x^2-4} = \frac{1-(-2)^2}{(-2)^2-4} = \frac{-3}{0} = \infty \rightarrow x = -2 \text{ es A.V.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-x^2}{x^2-4} = \frac{1-2^2}{2^2-4} = \frac{-3}{0} = \infty \rightarrow x = 2 \text{ es A.V.}$$

La asíntota horizontal es $y = -1$ y las asíntotas verticales son $x = -2$ y $x = 2$.

c) Monotonía.

Estudiemos el signo de $f'(x)$

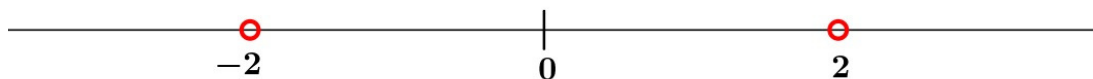
$$f'(x) = \frac{-2x \cdot (x^2 - 4) - (1 - x^2) \cdot 2x}{(x^2 - 4)^2} = \frac{-2x^3 + 8x - 2x + 2x^3}{(x^2 - 4)^2} = \frac{6x}{(x^2 - 4)^2}$$

Obtengamos las raíces del numerador y denominador,

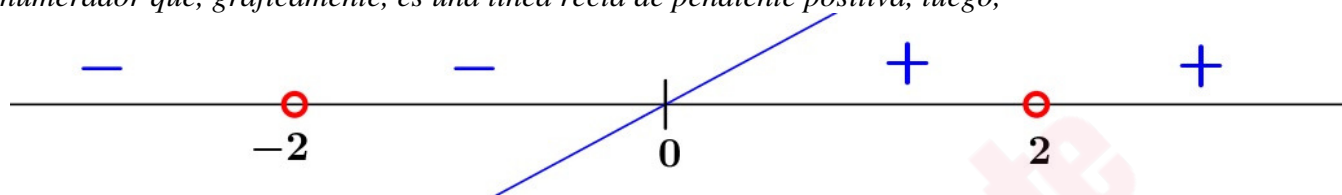
$$6x = 0 \rightarrow x = 0$$

$$(x^2 - 4)^2 = 0 \rightarrow x^2 - 4 = 0 \rightarrow \{\text{resuelta en a)}\} \quad x = \pm 2$$

Por tanto, debemos estudiar el signo de $f'(x)$ en los intervalos: $(\{-2, 2\} \notin \text{Dom } f(x))$



El denominador de $f'(x)$ está elevado al cuadrado, siempre será positivo. El signo de $f'(x)$ sólo depende del numerador que, gráficamente, es una línea recta de pendiente positiva, luego,



Por tanto,

$f(x)$ es creciente en $(0, 2) \cup (2, +\infty)$ y

$f(x)$ es decreciente en $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$

d) Máximos y mínimos locales.

Del estudio anterior deducimos que para $x = 0$ hay un mínimo local ya que $f'(0) = 0$ y a la izquierda la función es decreciente y a la derecha creciente.

Mínimo local en el punto $\left(0, \frac{-1}{4}\right)$.

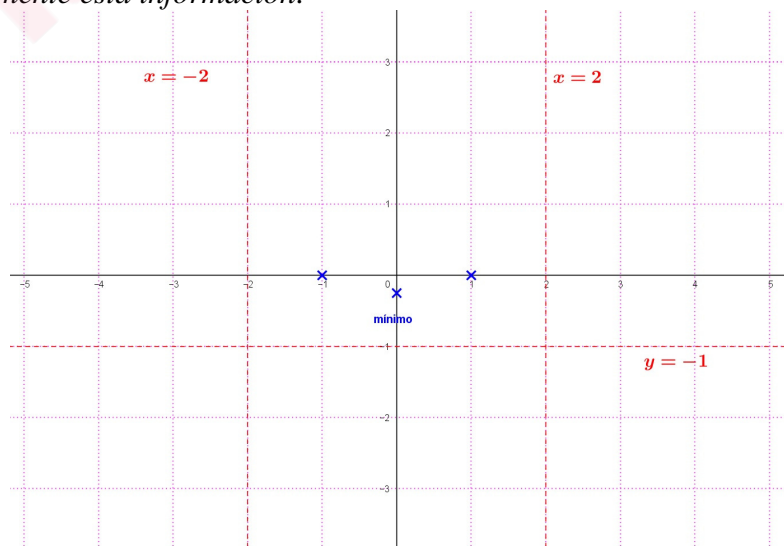
e) Representación gráfica.

De lo estudiado en los apartados anteriores sabemos:

Corte con ejes coordenados $(-1, 0)$, $(1, 0)$ y $\left(0, \frac{-1}{4}\right)$, mínimo local en $\left(0, \frac{-1}{4}\right)$; a.h. $y = -1$,

a.v. $x = -2$ y $x = 2$.

Representando gráficamente esta información:



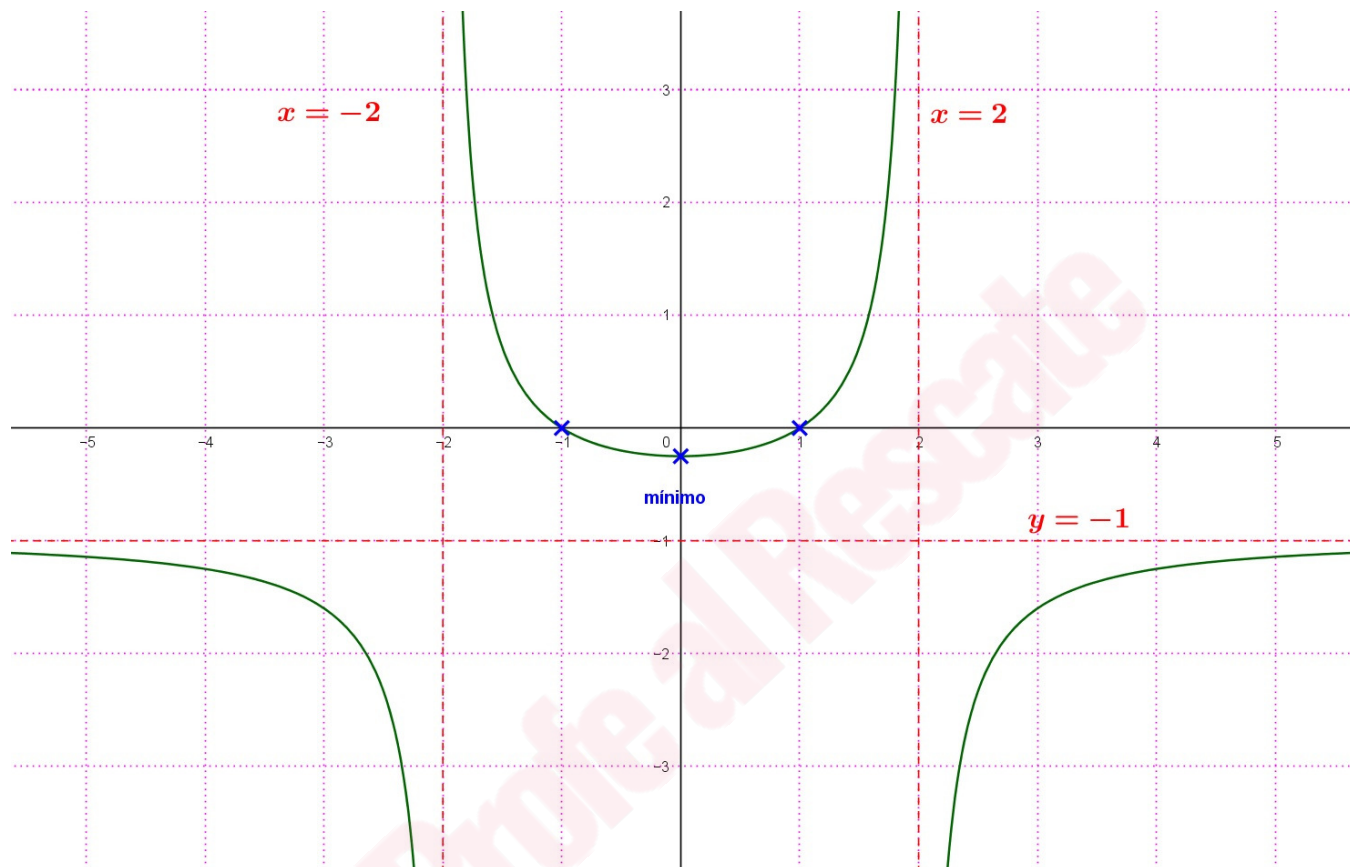
Para completar la representación veamos la posición de la curva respecto de su asíntota horizontal A.H. $y = -1$

$$\text{En } -\infty, \quad x = -1000 \quad \rightarrow \quad y = \frac{1 - (-1000)^2}{(-1000)^2 - 4} = -1'000003...$$

$$\text{En } +\infty, \quad x = 1000 \quad \rightarrow \quad y = \frac{1 - 1000^2}{1000^2 - 4} = -1'000003...$$

$$y = -1$$

Considerando esta posición de la curva respecto de la a.h, las a.v y los intervalos de crecimiento y decrecimiento obtenidos, la representación gráfica de $f(x)$ es:



Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

Problema 4. Desde el inicio de 1980, la capacidad (cantidad de gas que puede extraerse) de una explotación gasística, expresada en miles de metros cúbicos, viene dada por la función

$$f(x) = 36600 + 1500x - 15x^2$$

donde la variable x representa el tiempo en años transcurridos desde el inicio de 1980.

- Calcula la capacidad de la explotación al inicio de 1980. (2 puntos)
- Calcula cuánto tiempo ha de pasar desde el inicio de 1980 para que la capacidad alcance su valor máximo, y cuál es dicho valor máximo (en miles de metros cúbicos). (4 puntos)
- Si el beneficio en euros por metro cúbico de gas disminuye con los años según la función

$$g(x) = 3 - \frac{3x^2}{12100},$$

calcula cuánto tiempo debe pasar para que la explotación deje de ser rentable y cuál será la capacidad (en miles de metros cúbicos) de la explotación en ese momento. (4 puntos)

Solución:

$$f(x) = 36600 + 1500x - 15x^2;$$

x años transcurridos desde 1980 {luego $x \geq 0$ }, $f(x)$ gas extraído en miles de m^3 .

- a) ¿ $f(x)$ al inicio de 1980?

$$\text{Al inicio de 1980, } x = 0 \rightarrow f(0) = 36600 + 1500 \cdot 0 - 15 \cdot 0^2 = 36600$$

Al inicio de 1980, la capacidad de explotación era de 36600 miles de m^3 o 36600000 m^3 .

- b) ¿ x ? / $f(x)$ sea máximo. Sabemos que $\text{Dom } f(x) = [0, +\infty)$.

Estudiemos el signo de $f'(x)$:

$$f'(x) = 1500 - 30x$$

$$1500 - 30x = 0; \quad 1500 = 30x; \quad x = \frac{1500}{30} = 50$$

Estudiemos el signo de $f'(x)$ a ambos lados de $x = 50$,

x	$f'(x) = 1500 - 30x$		
20	$1500 - 30 \cdot 20 = 900$	+	A la izquierda positivo y a la derecha negativo, en $x = 50$ hay un máximo relativo que es el absoluto por ser la función $f(x)$ a la izquierda creciente y a la derecha decreciente.
60	$1500 - 30 \cdot 60 = -300$	-	

$$x = 50 \rightarrow f(50) = 36000 + 1500 \cdot 50 - 15 \cdot 50^2 = 74100$$

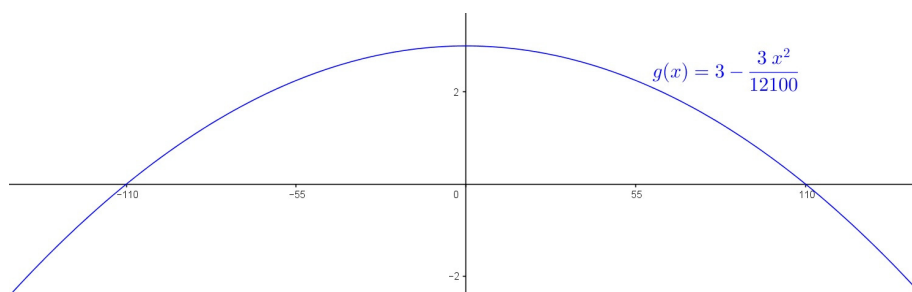
Por tanto, desde el inicio de 1980 han de pasar 50 años para que la capacidad alcance su valor máximo. Y este valor máximo será de 74100 miles de m^3 .

- c) Beneficio por m^3 es $g(x) = 3 - \frac{3x^2}{12100},$

$$\text{¿}x\text{?} / g(x) = 0$$

$$3 - \frac{3x^2}{12100} = 0; \quad 36300 - 3x^2 = 0; \quad 3x^2 = 36300; \quad x^2 = \frac{36300}{3} = 12100; \quad x = \pm\sqrt{12100} = \pm 110$$

Como $g(x)$ es un polinomio de 2º grado con coeficiente de x^2 negativo y raíces las anteriores, gráficamente $g(x)$ será:



Luego para $x \geq 110$ $g(x) \leq 0$

Por tanto, **la explotación deja de ser rentable al cabo de 110 años.**

$$f(110) = 36000 + 1500 \cdot 110 - 15 \cdot 110^2 = 20100$$

La capacidad de la explotación, al cabo de 110 años, será de 20100 miles de m^3 .

Tu Profe al Rescate

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

Problema 5. Si A y B son dos sucesos tales que $P(A) = 0,4$, $P(B/A) = 0,25$ y $P(B^c) = 0,75$, se pide:

- ¿Son independientes los sucesos A y B ? ¿Por qué? (2'5 puntos)
- Calcula $P(A \cup B)$. (2'5 puntos)
- Calcula $P(A/B^c)$. (2'5 puntos)
- Calcula $P(A^c \cup B^c)$ y $P(A^c \cap B^c)$. (2'5 puntos)

(A^c y B^c representan, respectivamente, el suceso complementario de A y el suceso complementario de B).

Solución:

Los datos del problema son:

$$P(A) = 0,4$$

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = 0,25 \rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0,25 \rightarrow P(A \cap B) = 0,25 \cdot P(A) = 0,25 \cdot 0,4 = 0,1$$

$$P(B^c) = 0,75 \rightarrow 1 - P(B) = 0,75 \rightarrow 1 - 0,75 = P(B) \rightarrow P(B) = 0,25$$

- a) ¿ A y B son independientes?

Los sucesos A y B son independientes si $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

De lo calculado anteriormente,

$$P(A \cap B) = 0,1 \text{ y } P(A) \cdot P(B) = 0,4 \cdot 0,25 = 0,1$$

$$\text{Entonces } P(A \cap B) = 0,1 = P(A) \cdot P(B)$$

En conclusión, A y B son sucesos independientes.

- b) ¿ $P(A \cup B)$?

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,4 + 0,25 - 0,1 = 0,55$$

Solución: $P(A \cup B) = 0,55$

- c) $P(A/B^c)$

$$P\left(\frac{A}{B^c}\right) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{0,3}{0,75} = \frac{2}{5} = 0,4$$

Calculemos $P(A \cap B^c)$,

$$A = A \cap (B \cup B^c) = (A \cap B) \cup (A \cap B^c), \text{ luego}$$

$$P(A) = P[(A \cap B) \cup (A \cap B^c)] = P(A \cap B) + P(A \cap B^c) - P(A \cap B \cap A \cap B^c) =$$

$$A \cap B \cap A \cap B^c = A \cap B \cap B^c = \{ \text{Como } B \cap B^c = \emptyset \} = A \cap \emptyset = \emptyset$$

$$= P(A \cap B) + P(A \cap B^c) - P(\emptyset) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c) - 0 = P(A \cap B) + P(A \cap B^c)$$

$$\text{Hemos obtenido: } P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c) \rightarrow 0,4 = 0,1 + P(A \cap B^c) \rightarrow P(A \cap B^c) = 0,4 - 0,1 = 0,3$$

Solución: $P(A/B^c) = 0,4$

d) ¿ $P(A^c \cup B^c)$ y $P(A^c \cap B^c)$?

Por las leyes de Morgan: $A^c \cup B^c = (A \cap B)^c$. Por tanto,

$$P(A^c \cup B^c) = P((A \cap B)^c) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0.1 = 0.9$$

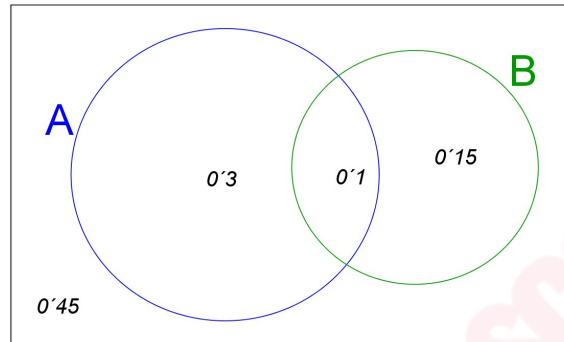
Análogamente, por las leyes de Morgan: $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$. Por tanto,

$$P(A^c \cap B^c) = P((A \cup B)^c) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.55 = 0.45$$

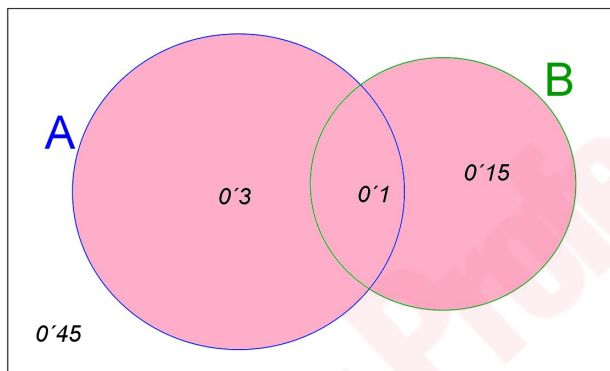
Por tanto, $P(A^c \cup B^c) = 0.9$ y $P(A^c \cap B^c) = 0.45$.

* * * * *

Los apartados b, c y d podemos resolverlos utilizando el diagrama de Venn de estos dos sucesos. De los datos y cálculos realizados inicialmente se deduce que:



b) ¿ $P(A \cup B)$?

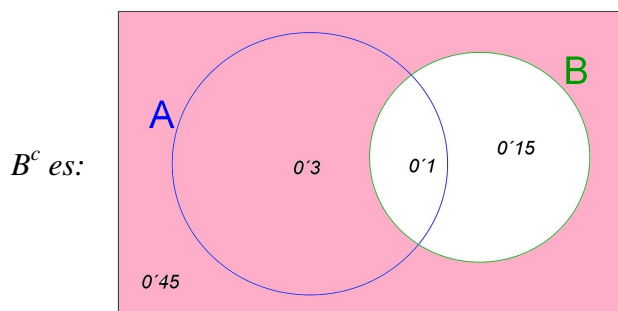


$$P(A \cup B) = 0.3 + 0.1 + 0.15 = 0.55$$

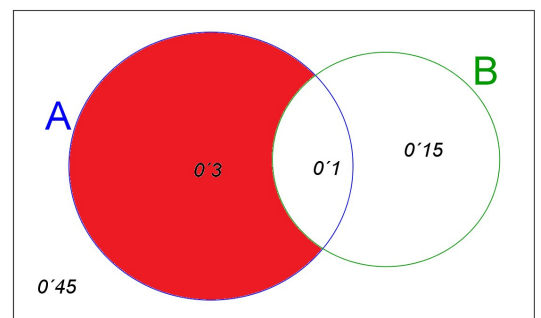
c) $P(A/B^c)$

$$P\left(\frac{A}{B^c}\right) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)}$$

Obtengamos $A \cap B^c$,

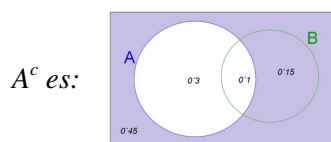


y $A \cap B^c$ es:

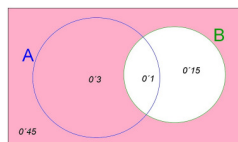


$$\text{Luego, } P(A \cap B^c) = 0.3 \text{ y } P\left(\frac{A}{B^c}\right) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{0.3}{0.75} = \frac{2}{5} = 0.4.$$

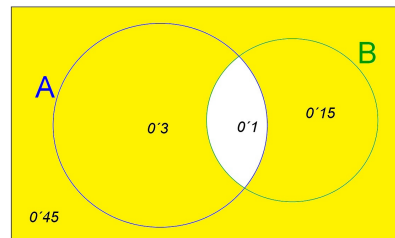
d) ¿ $P(A^c \cup B^c)$ y $P(A^c \cap B^c)$?



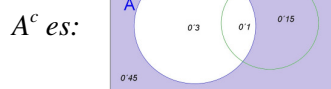
B^c es:



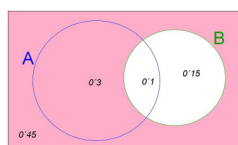
y $A^c \cup B^c$ es:



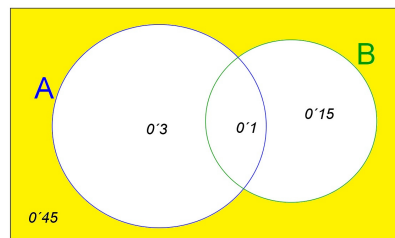
Luego $P(A^c \cup B^c) = 1 - 0.1 = 0.9$.



B^c es:



y $A^c \cap B^c$ es:



Por lo que $P(A^c \cap B^c) = 0.45$.

Tu Profeta al Rescate

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

Problema 6. Una empresa fabrica protectores de pantalla para teléfonos móviles. La empresa produce tres tipos de protectores: de 4 pulgadas, de 4,7 pulgadas y de 5 pulgadas. Consideramos la población de los habitantes de una ciudad que poseen un único teléfono móvil y cuya medida es una de estas tres. Un estudio de mercado indica que el 30% de los teléfonos móviles tienen una pantalla de 4 pulgadas. Este mismo estudio también indica que el 30% de los usuarios de un teléfono móvil de una pantalla de 4 pulgadas utilizan un protector de pantalla. Este también es el caso del 25% de los que poseen un teléfono móvil con pantalla de 4,7 pulgadas y del 40% de los que poseen un teléfono móvil con una pantalla de 5 pulgadas.

- Si el 34% de los que tienen un teléfono móvil usan un protector de pantalla, calculad el porcentaje de los que usan un teléfono móvil de 4,7 pulgadas y el porcentaje de los que usan un teléfono móvil de 5 pulgadas. (4 puntos)
- Se considera un usuario de teléfono móvil con protector de pantalla. Calcula la probabilidad de que utilice un teléfono móvil con una pantalla de 5 pulgadas. (3 puntos)
- Consideramos ahora una persona que tiene un teléfono móvil con protector de pantalla y cuya pantalla no es de 4,7 pulgadas. Calcula la probabilidad de que use un teléfono móvil con una pantalla de 5 pulgadas. (3 puntos)

Solución:

Consideramos los siguientes sucesos:

B = móvil con 4" de pantalla (básico)

M = móvil con 4,7" de pantalla (mediano)

A = móvil con 5" de pantalla (alto)

U = utiliza protector de pantalla

$\bar{U}$ = no utiliza protector de pantalla

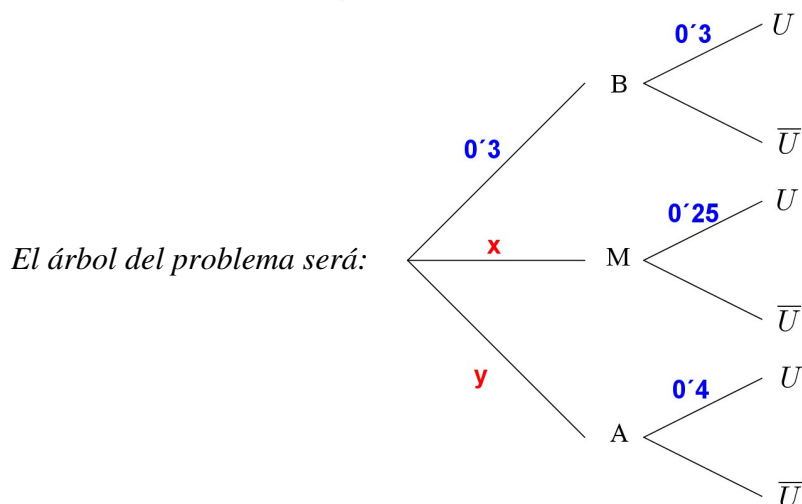
Del enunciado del problema se deduce que:

"el 30% de los teléfonos móviles tienen una pantalla de 4 pulgadas" $\rightarrow P(B) = 0.3$

"el 30% de los usuarios con pantalla de 4" utilizan un protector de pantalla" $\rightarrow P(U/B) = 0.3$

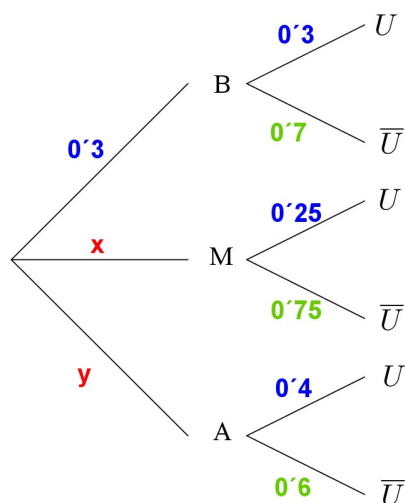
"también es el caso del 25% de los que poseen uno con 4,7" de pantalla" $\rightarrow P(U/M) = 0.25$

"y del 40% de los que poseen uno con 5" de pantalla" $\rightarrow P(U/A) = 0.4$



Es fácil completar las probabilidades de las ramas que faltan (la suma de la ramas a U y a $\bar{U}$ debe ser 1),

El árbol del problema queda:



Como estos son los tres tipos de móviles que se poseen, $0.3 + x + y = 1$; $x + y = 1 - 0.3$; $x + y = 0.7$;
La otra ecuación para calcular x e y la obtendremos en el siguiente apartado.

a) Sabemos que “el 34% de los que tienen un teléfono móvil usan un protector de pantalla”

Es decir $P(U) = 0.34$

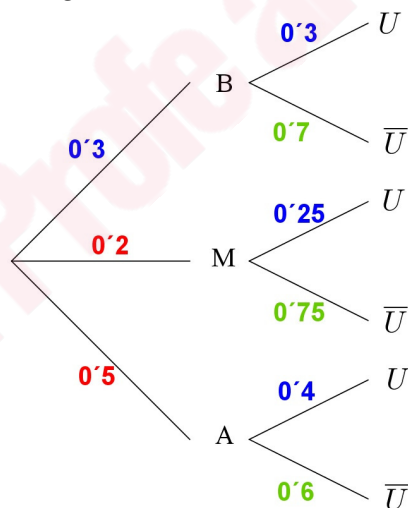
Del árbol del problema: $P(U) = 0.3 \cdot 0.3 + x \cdot 0.25 + y \cdot 0.4 = 0.25x + 0.4y + 0.09 \rightarrow$
 $0.25x + 0.4y + 0.09 = 0.34 \rightarrow 0.25x + 0.4y = 0.34 - 0.09 \rightarrow 0.25x + 0.4y = 0.25$

El sistema a resolver es: $\begin{cases} 0.25x + 0.4y = 0.25 \\ x + y = 0.7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0.25x + 0.4y = 0.25 \\ *(-0.25) \rightarrow -0.25x - 0.25y = -0.175 \end{cases}$

Sumando ambas ecuaciones: $0.15y = 0.075 \rightarrow y = \frac{0.075}{0.15} = 0.5$

Sustituyendo este valor de y en la segunda ecuación: $x + 0.5 = 0.7 \rightarrow x = 0.7 - 0.5 = 0.2$

El árbol del problema queda:



Por lo que $P(M) = 0.2 \rightarrow$ el 20% usa móvil de 4.7” y $P(A) = 0.5 \rightarrow$ el 50% usa móvil de 5”.

Respuesta: el 20% usan un teléfono móvil de 4,7 pulgadas y el 50% usan un teléfono móvil de 5 pulgadas.

b) Se considera un usuario de teléfono móvil con protector de pantalla. Calcula la probabilidad de que utilice un teléfono móvil con una pantalla de 5 pulgadas.

La probabilidad pedida es: $P\left(\frac{A}{U}\right)$

$$P\left(\frac{A}{U}\right) = \frac{P(A \cap U)}{P(U)} = \frac{0.5 \cdot 0.4}{0.34} = \frac{0.2}{0.34} = \frac{10}{17} \approx 0.5882$$

La probabilidad pedida es 0.5882.

c) Consideramos ahora una persona que tiene un teléfono móvil con protector de pantalla y cuya pantalla no es de 4,7 pulgadas. Calcula la probabilidad de que use un teléfono móvil con una pantalla de 5 pulgadas.

Para el cálculo de esta probabilidad del árbol tachamos la rama de M (móviles de 4'7")

La probabilidad pedida sería:

$$P\left(\frac{A}{U}\right) = \frac{P(A \cap U)}{P(U)} = \frac{0'5 \cdot 0'4}{0'3 \cdot 0'3 + 0'5 \cdot 0'4} = \frac{0'2}{0'29} = \frac{20}{29} \approx 0'6897$$

La probabilidad pedida es 0'6897.

Tu Profe al Rescate