

ANDALUCÍA · PAU 2020 · CONVOCATORIA NO ESPECIFICADA · EXAM MODEL F

Matemáticas CCSS

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

El examen incluye tabla N(0,1) como anexo. a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Elija cuatro de los ocho ejercicios propuestos de al menos tres bloques distintos. Se corregirán los cuatro primeros ejercicios que aparezcan en el examen y que cumplan el requisito anterior. c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada. d) Todos los resultados deben estar suficientemente justificados. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma. Deberá responder a cuatro ejercicios de entre los ocho propuestos con la condición de que pertenezcan al menos a 3 bloques distintos. En caso de responder a más ejercicios de los requeridos, serán tenidos en cuenta los respondidos en primer lugar.

Ejercicio 1

2,5 puntos

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & m \\ 1 & 1 & 1 \\ m & 3 & 5 \end{pmatrix}$, con m un parámetro real, se pide:

a) 0,8 puntos

¿Para qué valores del parámetro m tiene inversa la matriz A ?

b) 1,7 puntos

Para $m = 0$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot A = A \cdot A^t$.

Ejercicio 2

2,5 puntos

Se considera la región del plano definida por las siguientes inecuaciones:

$$x + y \leq 4 \quad x - y \geq -2 \quad x + 3y \geq 2 \quad y \leq 2$$

a) 1,5 puntos

Represéntela gráficamente y determine sus vértices.

b) 0,25 puntos

Indique razonadamente si el punto $(4, -0,75)$ pertenece a dicha región.

c) 0,75 puntos

¿En qué puntos de la región anterior la función $F(x, y) = x + y$ alcanza los valores máximo y mínimo y cuáles son estos valores?

Ejercicio 3

2,5 puntos

De una función f sabemos que su gráfica pasa por el punto $(1, 3)$ y que su derivada es $f'(x) = 2x - 6$.

a) 0,75 puntos

Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

b) 1 punto

Estudie la monotonía y la existencia de extremos de la función f .

c) 0,75 puntos

Determine la función f y represéntela gráficamente.

Ejercicio 4

2,5 puntos

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+1} & \text{si } x < -2 \\ x^2 + a & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$

a) 1 punto

Calcule el valor de a para que f sea continua en todo su dominio. Para ese valor de a , ¿es derivable la función f ?

b) 0,5 puntos

Para $a = -6$, halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 3$.

c) 1 punto

Para $a = -6$, esboce la gráfica de f y calcule el área de la región limitada por la gráfica de la función f , el eje de abscisas y las rectas $x = 3$ y $x = 5$.

Ejercicio 5

2,5 puntos

Se sabe que el 65% de los estudiantes de bachillerato de Andalucía ha participado en programas Erasmus+ y que de ellos, el 80% ha mejorado su calificación en lengua extranjera. De los estudiantes que no han participado en programas Erasmus+, mejoran su calificación en lengua extranjera el 30%. Se elige al azar un estudiante de bachillerato de Andalucía.

a) 1,5 puntos

¿Cuál es la probabilidad de que haya mejorado su calificación en lengua extranjera?

b) 1 punto

Si se sabe que ha mejorado su calificación en lengua extranjera, ¿cuál es la probabilidad de que haya participado en un programa Erasmus+?

Ejercicio 6

2,5 puntos

El 47% de los jóvenes andaluces tienen una vida sedentaria. De ellos, el 72% presentan obesidad, mientras que solamente la presentan el 22% de los jóvenes no sedentarios. Se elige al azar un joven andaluz.

a) 1 punto

Calcule la probabilidad de que sea sedentario y no presente obesidad.

b) 0,75 puntos

Calcule la probabilidad de que presente obesidad.

c) 0,75 puntos

Calcule la probabilidad de que sea sedentario, sabiendo que presenta obesidad.

Ejercicio 7

2,5 puntos

Tomada al azar una muestra de 600 alumnos de una universidad española, se encontró que $\frac{2}{3}$ de los mismos podían expresarse en inglés con fluidez.

a) 1,5 puntos

Calcule un intervalo de confianza al 98% para estimar la proporción de alumnos de esa universidad que pueden expresarse en inglés con fluidez. ¿Se podría admitir a ese nivel de confianza que la proporción de alumnos de esa universidad que pueden expresarse en inglés con fluidez es $\frac{13}{20}$?

b) 0,25 puntos

Teniendo en cuenta el intervalo anterior, ¿qué error máximo se cometería en dicha estimación?

c) 0,75 puntos

Si se mantienen la misma proporción muestral y la misma confianza, ¿cuántos alumnos como mínimo habría de tener una muestra para que el error de estimación sea inferior al 2%?

Ejercicio 8

2,5 puntos

La cantidad de café por taza que suministra una máquina de café sigue una distribución Normal con media desconocida y desviación típica $0,8 \text{ cm}^3$. En una muestra de 45 tazas suministradas por esa máquina, se ha medido un total de 5400 cm^3 de café.

a) 0,5 puntos

Calcule el estimador puntual para la cantidad media de café por taza que suministra la máquina.

b) 1 punto

Calcule un intervalo de confianza al 97% para estimar la cantidad media de café por taza que suministra la máquina.

c) 1 punto

Calcule, con el mismo nivel de confianza, el tamaño muestral mínimo que se ha de tomar para que, al estimar la cantidad media de café por taza, el error cometido sea inferior a $0,2 \text{ cm}^3$.